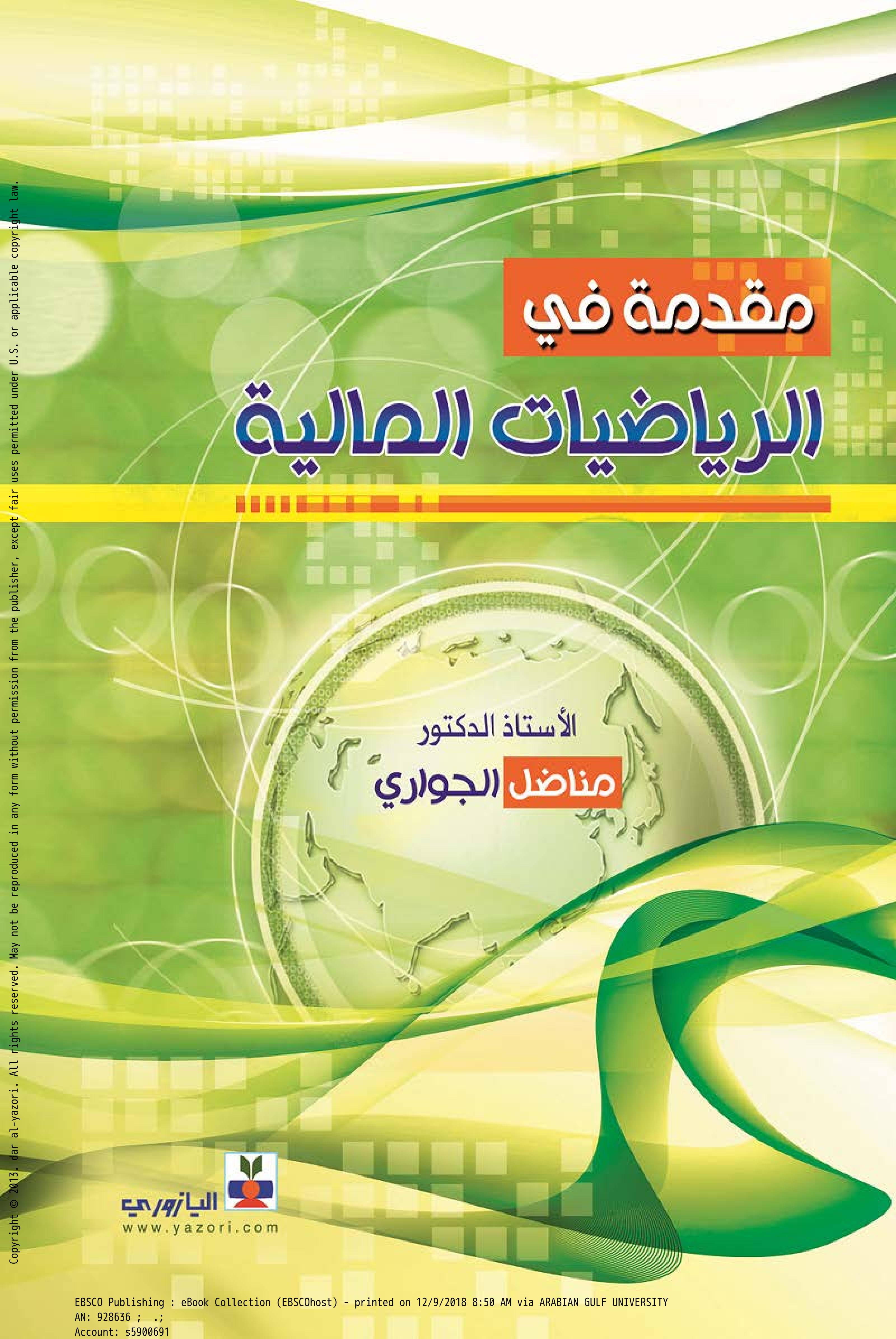

مقدمة في
الرياضيات المالية
الأستاذ الدكتور
مناضل الجواري
اليازوري
www.yazori.com

مقدمة في
الرياضيات المالية

الدكتور

مناضل الجواري

المحتويات

المقدمة

المقدمة

يحتل موضوع الرياضيات المالية Financial Mathematics مكانة هامة في الاقتصادات المالية والمصرفية، لما لها من دور فاعل Active – Role في تسوية المعاملات المالية والمصرفية وأعمال المصارف وحساب الفوائد والخصوم وفي تنظيم أطراف العملية المالية الدائن والمدين وفي البورصات وما إلى ذلك من أمور وقضايا المال والأعمال.

ومن الضرورة بمكان أن أعداد هذا الكتاب والذي يحمل عنوان (مقدمة في الرياضيات المالية) Introduction to Financial Mathematics مرجعاً متواضعاً لطلبة الدراسات الجامعية وخاصة الأقسام المالية والمصرفية منها خصص الفصل الأول منه للفائدة البسيطة وقوانينها وجملة الدفعات المتساوية وكيفية حسابها وإلى موضوع استبدال الديون وخصم الأوراق التجارية بفائدة بسيطة في حين تطرف الفصل الثاني إلى الفائدة الدورية والرياضيات المتعلقة بها وإلى مدد وفوائد التأخير وقانون الجملة وكيفية إيجاد مجموع الفوائد الدورية أما الفصل الثالث فقد تناول الفائدة المركبة وقانون الجملة وإلى الدفعات المتساوية وكيفية حسابها وإلى القيمة المالية (Present – Value) والقوانين المتعلقة بها...

وفي نهاية هذه المقدمة... لا بد لنا من تسجيل شكرنا وامتناننا لكل من ساهم في إخراج هذا الكتاب.

والله الموفق

المؤلف

المحتويات

الفصل الأول

الفائدة البسيطة

Simple – Interest

بند (1): تعريف الفائدة البسيطة
Definition of the Simple interest

تعرف الفائدة بشكل عام بأنها العوض المدفوع لقاء استعمال مبلغ معين من المال لمدة زمنية معينة أو أنها عائد رأس المال Capital في العملية الإنتاجية وهذا هو التعريف الاقتصادي لها أي العوض المدفوع لصاحب رأس المال لقاء استعمال رأس ماله في عملية الإنتاج أما التعريف المصرفي للفائدة فهو "حق المصرف أو العميل لقاء إقراض مبلغاً معيناً من المال" فالمصرف يستحق فائدة في عملية الائتمان (Credit Operation) لقاء الأموال التي يقرضها للغير والعميل أيضاً له حق (فائدة) لقاء إيداع أمواله لدى المصارف بأنواعها المعروفة. ومن الناحية الشرعية (الدينية) فهناك تحريم للمبالغ الإضافية على رأس المال جراء عملية إقراضه للغير.

وتعرف الفائدة البسيطة بأنها: الفائدة التي تسدد بتاريخ استحقاقها ولا تضاف للمبلغ الأصلي وتحسب عليها فائدة فإذا أودع شخص ما مبلغ (500) دينار في مصرف ما لمدة سنة كاملة بمعدل فائدة بسيطة قدره 5٪ فإنه في نهاية السنة يكون قد حصل من المصرف على (525) دينار أي أن الفائدة من جراء استعمال رأس ماله هي (25) دينار لمدة سنة كاملة.

بند (2): عوامل الفائدة البسيطة

معدل الفائدة Interest Rate

وهي النسبة المئوية التي تحسب الفائدة البسيطة بموجبها كـأن يكـون معـدل الفائدة 5٪ أو 3٪ أو 4٪ من المبلغ الأصلي سنوياً وتزداد الفائدة البسيطة بزيـادة معدل الفائدة لذلك تجري رؤوس الأموال وراء سعر الفائـدة أو معـدل الفائـدة الأكثر بين المصارف التجارية.

المبلغ Price

وهو أصل مقدار النقود المقترضة أو المستثمرة بالمعدل المعـين والمـدة المعينـة، وتزداد الفائدة البسيطة بزيادة أصل المبلغ ففائدة (500) دينـار هـو (25) دينـار بمعدل 5٪ وفائدة (1000) دينار هو (50) دينار بالمعدل نفسه، وهكذا..

المدة Time:

وهي المدة الزمنية [بالسنين أو الأشهر أو الأيام] التي يمكن بهـا مبلـغ معـين (المستثمر أو المقترض) على أساس الفائدة البسـيطة وتتناسـب الفائـدة البسـيطة طردياً مع المدة الزمنية ففائدة مبلغ (500) دينار بمعدل 5٪ لمدة سنة كاملـة هـو (25) دينار.. وفائدة نفس المبلغ لمدة سنتان هو (50) دينار... و (75) دينار لمدة ثلاث سنوات وهكذا..

بند (3): قانون الفائدة البسيطة وقانون الجملة:

قانون الفائدة البسيطة:

في حالة كون المدة بالسنين:

إذا رمزنا للفائدة البسيطة بالرمز (ف) والمبلغ بالرمز (م) والمدة بالرمز (ن) ومعدل الفائدة ع٪ فإن القانون يصبح:

$$\text{ف} = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times \text{ع}}{100} \quad \text{.......................................} \quad (1)$$

في حالة كون المدة بالأشهر فإن:

$$\text{ف} = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times \text{ع}}{12 \times 100} = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times \text{ع}}{1200} \quad \text{......................} \quad (2)$$

في حالة كون المدة بالأيام فتكون أمام ثلاث أنواع من الفائدة البسيطة هي:

النوع الأول: الفائدة البسيطة الاعتيادية:

وهي الفائدة التي تحسب على أساس اعتبار عدد أيام الشهر مساوياً إلى (30) يوماً والسنة إلى (360) يوماً ويرمز لها (ف):

$$\text{ف} = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times \text{ع}}{360 \times 100} = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times \text{ع}}{3600} \quad \text{......................} \quad (3)$$

النوع الثاني: الفائدة التجارية (ت)

وهي الفائدة التي تحسب على أساس اعتبار أيام الشهر حسب التقويم (Calender) وعدد أيام السنة (360) يوماً أي:

$$ت = \frac{م \times ن \times ع}{100 \times 360} = \frac{م \times ن \times ع}{3600} \quad \text{.......................} \quad (4)$$

النوع الثالث: الفائدة الصحيحة (ص):

وهي الفائدة التي تحسب على أساس اعتبار عدد أيام الشهر حسب التقويم والسنة (365) يوماً أي أن:

$$ص = \frac{م \times ن \times ع}{100 \times 365} = \frac{م \times ن \times ع}{36500} \quad \text{.......................} \quad (5)$$

ملاحظة (1): للتمييز بين ما يسمى سنة اعتيادية وسنة كبيسة بأن السنة التي تقبل القسمة على (4) بدون باق هي سنة كبيسة وخلاف ذلك سنة اعتيادية.

قانون الجملة: إن جملة المبلغ تساوي المبلغ زائداً فائدته، فإذا رمزنا للمبلغ (م) والفائدة (ف) والجملة (جم) فإن:

$$جم = م + ف$$

$$ف = \frac{م \times ن \times ع}{100}$$

وبالتعويض:

$$جم = م + \frac{م \times ن \times ع}{100}$$

$$إذن\ جم = م\ (1 + \frac{ن\ .\ ع}{100})$$

وبالطريقة نفسها يكون:

$$جم = م\ (1 + \frac{ن\ .\ ع}{1200})$$

$$جم = م\ (1 + \frac{ن\ .\ ع}{3600})$$

وهكذا ...

مثال (1): ما مقدار الفائدة البسيطة على مبلغ (400) دينار أردني اقترض لمدة (4) سنوات بمعدل 5٪؟

الحل:

$$\therefore ف = \frac{م \times ن \times ع}{100}$$

$$\therefore ف = \frac{400 \times 4 \times 5}{100} = 80$$ ديناراً مقدار الفائدة

مثال (2): ما جملة المستحق على مبلغ (600) ديناراً اقترض لمدة (2.5) سنة بفائدة بسيطة بمعدل 3٪؟

الحل:

$$\therefore \text{جم} = \text{م} \left(1 + \frac{\text{ن.ع}}{100}\right)$$

$$\therefore \text{جم} = 600 \left(1 + \frac{3 . 2 . 5}{100}\right)$$

= 645 ديناراً جملة المستحق.

ملاحظة: بالإمكان استخراج الفائدة ثم جمعها مع المبلغ.

مثال (3): ما المبلغ الذي يكون فائدته البسيطة (180) ديناراً في نهاية سنة ونصف اقترض على أساس الفائدة البسيطة بمعدل 4٪؟

الحل:

$$\therefore \text{ف} = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times \text{ع}}{100}$$

$$\therefore 180 = \frac{\text{م} \times 1.5 \times 4}{100}$$

$$18000 = 6 \text{ م}$$

$$\therefore \text{م} = 3000 \text{ دينار}$$

مثال (4): ما المدة التي يمكث بها مبلغ (3000) دينار اقترض على أساس الفائدة البسيطة بمعدل 4٪ كي تكون فائدته البسيطة تساوي (180) ديناراً؟؟

الحل:

$$\therefore \text{ف} = \frac{\text{ع} \times \text{ن} \times \text{م}}{100}$$

$$\therefore 180 = \frac{4 \times \text{ن} \times 300}{100}$$

$\therefore$ ن = 1.5 سنة

مثال (5): اقترض شخص مبلغ قدره (3000) ديناراً لمدة 1.5 سنة وبمعدل معين وفي نهاية المدة كانت الفائدة البسيطة (180) ديناراً.. فما معدل الفائدة؟؟

الحل:

$$\therefore \text{ف} = \frac{\text{ع} \times \text{ن} \times \text{م}}{100}$$

$$\therefore 180 = \frac{\text{ع} \times 1.5 \times 3000}{100}$$

$\therefore$ ع = 4٪

مثال (6): أودع أحمد مبلغاً معيناً في إحدى المصارف بفائدة بسيطة بمعدل (3٪) وفي نهاية سنتان ونصف كانت جملة المستحق (645) ديناراً، فما أصل المبلغ المستثمر؟

الحل:

$$\therefore \text{جم} = \text{م} \left(1 + \frac{\text{ن.ع}}{100}\right)$$

$$\therefore 345 = \text{م} \left(1 + \frac{3 . 2 . 5}{100}\right)$$

$$\therefore \text{م} = 600 \text{ دينار}$$

مثال (7) اقترض شخص مبلغ (250) ديناراً بفائدة بسيطة اعتيادية من أحد المصارف بتاريخ 25/ 2/ 2005 فما جملة المستحق عليه بتاريخ 17/ 5/ 2005؟ وبمعدل 6٪؟

الحل:

مدة الفائدة من 25/ 2/ 2005 ولغاية 17/ 4/ 2005 شباط آذار نيسان مايس

(30 – 25) + 30 + 30 + 17 = 82 يوماً.

$$\therefore \text{ف} = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times \text{ع}}{100}$$

$$\therefore \text{ف} = \frac{6 \times 82 \times 250}{360 \times 100}$$

= 3.4 ديناراً

مقدار الفائدة الاعتيادية

جم = م + ف

$= 250 + 3.4$

= 253.4 ديناراً جملة المستحق

مثال (8): اقترض شخص مبلغ (300) ديناراً من مصرفه بمعدل 6٪ بتاريخ 25/ 5/ 2005 وبفائدة بسيطة تجارية فما جملة المستحق عليه بتاريخ 17/ 5/ 2005؟

الحل:

$$\therefore \text{ت} = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times \text{ع}}{360 \times 100}$$

مدة الفائدة = شباط آذار نيسان مايس

$(28 - 25) + 31 + 30 + 17 = 81$

(أي عدد أيام الشهر حسب التقويم)

$$\therefore \text{ت} = \frac{6 \times 81 \times 300}{360 \times 100} = 4.05 \text{ دينار}$$

مقدار الفائدة التجارية

جم = م + ف

= 300 + 4.05

= 304.05 ديناراً جملة المستحق

مثال (9): أعد حل المثال رقم (8) ولكن بفائدة بسيطة صحيحة؟

الحل:

$$ص = \frac{م \times ن \times ع}{100 \times 365}$$

شباط آذار نيسان مايس

(28 – 25) + 31 + 30 + 17 = 81

$$ص = \frac{300 \times 81 \times 6}{100 \times 365} = 3.9$$ ديناراً مقدار الفائدة الصحيحة

جم = م + ف

= 300 + 3.9

= 303.9 ديناراً جملة المستحق

مثال (10): في 15/ 8/ 2005 اشترى شخص سيارة بمبلغ (2000) ديناراً على أن يدفع ربع المبلغ نقداً ويسدد الباقي مع فائدته البسيطة بمعدل 4.5٪

لمدة سنة ونصف، وبتاريخ 15/ 3/ 2006 سدد مبلغ (200) ديناراً مع الفائدة المستحقة.

ثم في 16/ 5/ 2006 دفع مبلغ (500) ديناراً والفائدة المستحقة.. أما الباقي الأخير فسدده بتاريخ الاستحقاق فما مجموع ما سدده؟

الحل:

الدفعة النقدية = $2000 \times \frac{1}{4}$ = 500 ديناراً

مقدار القرض = 2000 – 500 = 1500 ديناراً

مدة الفائدة الأولى من 15/ 8/ 2005 ولغاية 15/ 3/ 2006

آب أيلول ت[1] ت[2] ك$_1$ ك$_2$ شباط آذار

(30–15) + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 15 = 210 يوماً

الفائدة الأولى = $\frac{4.5 \times 210 \times 15000}{360 \times 100}$ = 39.9 دينار

الجملة الأولى = 200 + 39.9\3 = 239.3 ديناراً

مدة الفائدة الثانية = من 15/ 3/ 2006 ولغاية 16/ 5/ 2006 = 61 يوماً

مقدار الفائدة الثانية = $\frac{4.5 \times 61 \times (200\text{–}1500)}{360 \times 100}$ = 9.9 دينار

الجملة الثانية = 500 + 9.9 = 509.9 ديناراً

الباقي من القرض = 1500 – 200 – 500 = 800 ديناراً

استحقاق القرض = 15/ 8/ 2005 + 1.5 سنة

= 15/ 2/ 2007

مدة الفائدة الأخيرة = من 16/ 5/ 2006 ولغاية 15/ 2/ 2007 = 239 يوماً

الفائدة الأخيرة = $\frac{4.5 \times 239 \times 800}{360 \times 100}$ = 23.9 دينار

الجملة الأخيرة = 800 + 23.9 = 823.9 ديناراً

∴ جملة ما سدده هي:

500	ديناراً الدفعة النقدية
239.3	ديناراً الجملة الأولى
509.9	ديناراً الجملة الاثنية
823.9	ديناراً الجملة الأخيرة
2073.1	ديناراً مجموع ما سدده

بند (4): الطرق الأخرى لحساب الفائدة البسيطة

أولاً: طريقة الوحدة:

تستند فكرة هذه الطريقة على قانون الفائدة البسيطة نفسه حيث تفترض العامل المجهول (المبلغ، المدة، سعر الفائدة) يساوي وحده واحدة أي المبلغ يساوي ديناراً واحداً والمدة (1) يوم والمعدل 1٪ ثم يطبق القانون لحساب مقدار الفائدة وتسمى الفائدة الفرضية (فَ) أو الجملة الفرضية في حالة التعويض بقانون الجملة وتستخرج قيمة العامل المجهول بحاصل قسمة الفائدة الحقيقية على الفائدة الفرضية أو الجملة الحقيقية على الجملة الفرضية وباستخدام العلاقة التالية:

$$\text{العامل المجهول} = \frac{\text{الفائدة الحقيقية}}{\text{الفائدة الفرضية}} = \frac{\text{الجملة الحقيقية}}{\text{الجملة الفرضية}}$$

وفيما يلي اشتقاق لهذه العلاقة الرياضية:

$$\therefore \text{ف} = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times \text{ع}}{100 \times 360} \quad \text{.................} \quad \text{(الفائدة الحقيقية)}$$

نفرض:

م (المبلغ) = 1 دينار .. وبالتعويض

$$\therefore \text{فَ} = \frac{1 \times \text{ن} \times \text{ع}}{100 \times 360} \quad \text{.................} \quad \text{(الفائدة الفرضية)}$$

وبقسمة ف على فَ نحصل:

$$\frac{ف}{فَ} = \frac{م \times ن \times ع}{36000} \div \frac{1 \times ن \times ع}{36000}$$

$\therefore م = \frac{ف}{فَ}$ وبالطريقة نفسها يكون

$$ن = \frac{ف}{فَ}$$

$$ع = \frac{ف}{فَ}$$

وكذلك الحال في حالة قانون الجملة:

$$\therefore جم = م\ (1+\frac{ن.ع}{3600})$$

نفرض المبلغ يساوي 1 دينار

$$\therefore جمَ = 1\ (1+\frac{ن.ع}{3600})$$

$\therefore م = \frac{جم}{جمَ}$ وهكذا بالأسلوب نفسه نحصل:

$$ن = \frac{جم}{جمَ}$$

أو

$$ع = \frac{جم}{جمَ}$$

مثال (1): ما المبلغ الذي تكون فائدته البسيطة 8.250 ديناراً لمدة (75) يوماً بمعدل 3.5٪؟ (استخدم طريقة الوحدة)؟

الحل:

بما أن المبلغ مجهول نفرض المبلغ يساوي (1) دينار

$$\therefore فَ = \frac{3.5 \times 75 \times 1}{36000} = 0.007 \text{ ديناراً}$$

الفائدة الفرضية

$$\therefore م = \frac{ف}{فَ} = \frac{8.250}{0.007} = 1178.5 \text{ ديناراً المبلغ}$$

مثال (2): اقترض أحمد مبلغ (700) ديناراً بفائدة بسيطة لمدة (150) يوماً فكانت فائدته (9) دنانير فما معدل الفائدة؟ (استعمل طريقة الوحدة)

الحل:

نفرض أن سعر الفائدة = 1٪

$$\therefore ف َ = \frac{1 \times 180 \times 700}{36000} = 2.91$$ ديناراً الفائدة الفرضية

$$\therefore ع = \frac{\text{الفائدة الحقيقية}}{\text{الفائدة الفرضية}} = \frac{9}{2.91} = 3\%$$ تقريباً

ثانياً: بواسطة العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة

كما عرفنا سبقاً أن السنة تساوي (360) يومـاً وفي حالـة الفائـدة الصـحيحة تساوي (365) يوماً والفرق بينهما هو (5) يوماً يمكن استعماله لحساب كل مـن الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة، فإذا رمزنا للفائـدة التجاريـة بـالرمز (ت) والفائدة الصحيحة بالرمز (ص) فإن:

$$ت - ص = \frac{ت}{73}$$ .... (العلاقة الأولى)

$$ت - ص = \frac{ص}{72}$$ .... (العلاقة الثانية)

ولإثبات كل من العلاقتين:

$$\therefore ت = \frac{م \times ن \times ع}{36000}$$ .... (قانون الفائدة التجارية)

$$\therefore ص = \frac{م \times ن \times ع}{36500}$$ .... (قانون الفائدة الصحيحة)

$$\therefore \frac{ت}{ص} = \frac{م \times ن \times ع}{36000} \div \frac{م \times ن \times ع}{36500}$$

$$\therefore \frac{ت}{ص} = \frac{م \times ن \times ع}{36000} \times \frac{36500}{م \times ن \times ع} = \frac{36500}{36000}$$

$$\therefore \frac{ت}{ص} = \frac{73}{72}$$ (بعد الاختصار)

$$ت = \frac{73 ص}{72} = \frac{72 ص + ص}{72}$$

$$ت = \frac{73 ص}{72} = \frac{ص}{72}$$ بالتجزئة

$$ت = ص + \frac{ص}{72}$$

$$ت - ص = \frac{ص}{72}$$ (العلاقة الثانية)

ولإثبات أن:

$$ت - ص = \frac{ت}{73}$$

$$\frac{\text{ت}}{\text{ص}} = \frac{73}{72}$$

$$\text{ص} = \frac{72\text{ت}}{73} = \frac{73\text{ت} - \text{ت}}{73}$$

$$\text{ص} = \frac{72\text{ت}}{73} - \frac{\text{ت}}{73}$$

$$\text{ص} = \text{ت} - \frac{\text{ت}}{73}$$

$$\text{ت} - \text{ص} = \frac{\text{ت}}{73}$$ (العلاقة الثانية)

مثال (1): ما مقدار الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة إذا علمت أن الفائدة التجارية تساوي (9) ديناراً وما مقدار الفائدة الصحيحة؟

الحل:

$$\text{ت} - \text{ص} = \frac{\text{ت}}{73}$$

$\text{ت} - \text{ص} = \frac{9}{73} = 0.12$ ديناراً الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحية

$$0.12 = \text{ت} - \text{ص}$$

$$0.12 = 9 - \text{ص}$$

ص = 8.8 ديناراً الفائدة الصحيحة

مثال (2): ما مقدار الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة، إذا علمت أن الفائدة الصحيحة تساوي (10) ديناراً وما مقدار الفائدة التجارية؟

الحل:

$$ت - ص = \frac{ص}{72}$$

$$ت - ص = \frac{10}{72} = 0.13$$ ديناراً مقدار الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحية

$$0.13 = ت - 10$$

$$ت = 10.13$$ ديناراً مقدار الفائدة التجتارية

ثالثاً: الطريقة الستينية:

تستمد هذه الطريقة فكرتها من قانون الفائدة البسيطة وذلك باعتبارات سعر الفائدة يساوي 6٪ والمدة الزمنية 60 يوماً وعليه فإن فائدة أي مبلغاً يكون كنسبة مئوية من هذا المبلغ

$$ف = \frac{م \times ن \times ع}{36000}$$

$$ف = \frac{م \times 60 \times 6}{36000} = \frac{م}{100}$$

وفي صدد الطريقة الستينية لا بد من ذكر فكرة الأجزاء المتداخلة مع العدد (60) مثل 10، 15، 10، 5، 20، 30، ... وهكذا وهذه الأرقام أو الأجزاء سميت متداخلة كونها تقبل الاختصار أو الاختزال مع العدد (60) مثل 15 تساوي ربع العدد (60) و (20) تساوي ثلث العدد (60) و (10) سدس العدد (60) وهكذا.

$$\frac{1}{4} \times 60 = 15$$

$$\frac{1}{3} \times 60 = 20$$

$$\frac{1}{2} \times 60 = 30$$

$$\frac{3}{4} \times 60 = 45$$

$$\frac{1}{6} \times 60 = 10$$

مثال (1): أوجد فائدة مبلغ (1000) دينار أودع في مصرف الرشيد لمدة (75) يوماً بمعدل 6٪؟ (استعمل الطريقة الستينية)

الحل: لا بد من استخراج المعيار أي فائدة المبلغ لمدة (60) يوماً بمعدل 6٪.

$$\text{ف} = \frac{\text{م} \times \text{ن} \times \text{ع}}{36000} = \frac{6 \times 60 \times 1000}{36000} = 10 \text{ ديناراً}$$

فائدة المبلغ المذكورة لمدة 60 يوماً بمعدل 6٪.

$ف_{75} = ف_{60} + ف_{15}$

$ف_{15} = \frac{1}{4} \times ف_{60} = \frac{1}{4} \times 10 = 2.5$ ديناراً

ف $_{75}$ يوماً $= 10 + 2.5 = 12.5$ ديناراً

فائدة المبلغ لمدة 75 يوماً

مثال (2): أوجد فائدة مبلغ (500) ديناراً أودع في مصرف بغداد بمعدل 6٪ للفترة من 1/ 1/ 2005 ولغاية 31/ 3/ 2005؟

الحل:

المدة من 1/ 1/ 2005 ولغاية 31/ 3/ 2005

كانون الثاني شباط آذار

$31 + 28 + 31 = 90$ يوماً

$$ف = \frac{م \times ن \times ع}{36000} = \frac{500 \times 60 \times 6}{36000} = 5 \text{ دنانير}$$

فائدة 60 يوماً بمعدل 6٪ (الأساس)

$ف_{90} = ف_{60} + ف_{30}$

$ف_{30} = \frac{1}{2} \times ف_{60} = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5$ ديناراً

$ف_{90} = 5 + 2.5 = 7.5$ ديناراً

مثال (3): أودع مبلغاً قدره (100) ديناراً في مصرف الرشيد لمدة (75) يومــاً.. أوجد فائدة هذا المبلغ بمعدل 4٪ (استعمل الطريقة الستينية)؟؟

الحل: نلاحظ أن سعر الفائدة (4٪) ولـيس 6٪ فـلا بـد مـن اسـتخراج مقـدار الفائدة بمعدل 4٪ عن طريق طرح فائدة المبلغ 2٪- فائدة 6٪.

$$ف = \frac{م \times ن \times ع}{36000} = \frac{6 \times 60 \times 100}{36000} = 10 \text{ ديناراً}$$

فائدة المبلغ لمدة 60 يوماً بمعدل 6٪ (الأساس)

$$ف_{75} = ف_{60} + ف_{15}$$

$$ف_{15} = 10 \times \frac{1}{4} = 2.5 \text{ ديناراً}$$

$ف_{75} = 10 + 2.5 = 12.5$ ديناراً فائدة 75 يوماً بمعدل 6٪.

فائدة (75) يوماً بمعدل 4٪ = $ف_{6}$٪ - $ف_{2}$٪

$ف_{75}$ دينار بمعدل 2٪ $= \frac{ف_{6}٪}{3} = \frac{12.5}{3} = 4.16$ ديناراً

∴ فائدة المبلغ لمدة 75 يوم بمعدل 4٪ = $12.5 - 4.16 = 8.34$ ديناراً.

ملاحظة: لو كان المطلوب بمعدل 5٪

5٪ = 6٪ - 1٪

$$1٪ = \frac{6٪}{6}$$

وهكذا..

رابعاً: طريقة النمور أو القواسم:

تستمد هذه الطريقة فكرتها أيضاً من قانون الفائدة البسيطة وهي طريقة بسيطة شائعة الاستعمال نظراً لما توفره من اختصار في الوقت وتوفير في الجهد وسرعة في العمل وفي الحسابات الجارية وخصم الأوراق التجارية وتسوية الديون واستبدالها، وتسمى هذه الطريقة أيضاً بطريقة المبلغ المكافئ في وحدة الزمن) حيث يستعاض عن المبلغ والزمن بحاصل ضربهما (المبلغ في المدة) أي (م × ن) فيكون حاصل الضرب هذا مكافئ في فائدته للمبلغ الأصلي والمدة الأصلية لمدة يوم واحد بمعدل الفائدة نفسه حيث أن فائدة (100) ديناراً لمدة (10) يوماً تساوي فائدة (1000) ديناراً لمدة يوماً واحداً بالمعدل نفسه. وتستخرج مجموع الفوائد للمبالغ وفق الصيغة الآتية:

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمور}}{\text{القاسم}}$$

مجموع النمو = مجموع حاصل ضرب المبالغ الأصلية في مددها الأصلية.

القاسم = 36000 ÷ سعر الفائدة

مثال (1): احسب مجموع الفوائد على المبالغ الآتية بمعدل 6٪ أودعت في مصرف الرشيد ومجموع جملتها؟

500 ديناراً لمدة (30) يوماً

300 ديناراً لمدة (20) يوماً

200 ديناراً لمدة (10) يوماً

100 ديناراً لمدة (15) يوماً

75 ديناراً لمدة (10) يوماً

الحل:

$$\therefore \text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمور}}{\text{القاسم}}$$

مجموع النمور [م × ن]

500×30	=	15000
300×20	=	6000
200×10	=	2000
100×15	=	1500
75×10	=	750
المجموع	=	25250

∴ القاسم = 36000 ÷ سعر الفائدة

∴ القاسم = 36000 ÷ 6 = 6000

∴ مجموع الفوائد = $\frac{25250}{6000}$ = 4.20

∴ جم = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

∴ جم = 1175 + 4.20 = 1179.20 ديناراً جملة المبالغ

مثال (2): احسب مجموع الفوائد وجملتها في المثال السابق بمعدل 5٪؟

الحل: نعيد الحل السابق بمعدل 6٪ كما محلول ثم نقسم مجموع الفوائد 6٪ على (6) لاستخراج مجموع الفوائد 1٪ للحصول على المطلوب وهو مجموع الفوائد 5٪ وكما يلي:

∴ مجموع الفوائد 6٪ = 4.20 ديناراً من المثال السابق.

∴ مجموع الفوائد 5٪ = مجموع الفوائد 6٪ - مجموع الفوائد 1٪

مجموع الفوائد 1٪ = $\frac{\text{مجموع الفوائد 6٪}}{6}$ = $\frac{4.20}{6}$ = 0.7 ديناراً

∴ مجموع الفوائد 5٪ = 4.20 – 0.7 = 3.5 ديناراً

∴ جم المبالغ = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

∴ جم = 1175 + 3.5 = 1178.5 ديناراً

مثال (3): أودعت المبالغ الآتية بمعدل 4٪ في مصرف الرشيد:

م (المبلغ)	ن (المدة)
100 ديناراً	10 يوماً
80 يوماً	5 يوماً
50 ديناراً	30 يوماً
49 ديناراً	لمدة معينة

وكانت جملة المبالغ جميعها يساوي (280) ديناراً فما مدة المبلغ الأخير؟

الحل:

∴ الجملة للمبالغ الأربعة معلومة، فستتخرج جملة المبالغ الثلاثة الأولى ثم نطرحها من الجملة الكلية للمبالغ للوصول إلى جملة المبلغ الأخيرة ومنه تستخرج مدة المبلغ الأخيرة وكما يلي:

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمور}}{\text{القاسم}}$$

م	ن	م × ن (نمو)
100	10	1000
80	5	400
50	30	1500
		2900 مجموع النمو

القاسم = 36000 ÷ 4 = 9000

∴ مجموع الفوائد للمبالغ الثلاثة= $\frac{2900}{9000}$ = 0.32 ديناراً

∴ جملة المبالغ الثلاثة = 230 + 0.32 = 230.32 ديناراً

جملة المبلغ الأخير = 280 – 230.32 = 49.68 ديناراً

∴ جم = م (1+ $\frac{\text{ن . ع}}{3600}$)

49.68 = 49 (1+ $\frac{\text{ن (4)}}{3600}$)

∴ ن = 125 يوماً

بند (5): الدفعات المتساوية في حالة الفائدة البسيطة
Equal – Payment

أولاً: التعريف بالدفعات المتساوية:

هـــي مبـــالغ متســـاوية تـــدفع بانتظـــام عـــلى فـــترات زمنيـــة متســـاوية (Equal Periodic) كأن يقوم موظف معين بتسديد القرض الـذي اقترضـه مـن المصرف على شكل دفعات متساوية (كل بداية شهرين) أو كل بداية ثلاثة أشـهر أو كل نهاية شهرين وهكذا.

مبلغ الدفعة (Periodic Payment): يطلق على المبلغ المـدفوع بصـورة متكـررة بمبلغ الدفعة.

فترة الدفعة (Payment-Interval): وهي الفترة الزمنية الفاصلة وتاريخ إيـداع دفعة وتاريخ إيداع الدفعة التي تليها.

مدة الدفعات (Term of the Payment): وهي المدة الفاصلة بين بدايـة الفـترة الزمنية الأولى ونهاية الفترة الزمنية الأخيرة.

أنواع الدفعات المتساوية:

الدفعات العادية (Ordinary Payment): وهي الدفعات التي تـدفع في نهايـة الفترة الزمنية.

الدفعات الفورية (غير العادية) (Payment Due): وهـي الـدفعات التـي يـتم دفعها في بداية الفترة الزمنية.

ثانياً: قانون جملة الدفعات المتساوية في بداية المدة:

إذا رمزنا لجملة الدفعات المتساوية بالرمز (جم) ومبلغ الدفعة الواحد بالرمز (م) ولعدد الدفعات بالرمز (ن) ولسعر الفائدة بالرمز (ع) ولمدة استثمار الدفعة الأولى بالرمز (أ) ولمدة استثمار الدفعة الأخيرة بالرمز (ل) فإن قانون جملة الدفعات المتساوية في بداية الفترة الزمنية يكون:

$$\text{جم} = \text{م} \times \text{ن} + \frac{\text{م} \times \text{ع}}{1200} \left(\frac{\text{ن}}{2} (\text{أ} + \text{ل}) \right)$$

$$\text{عدد الدفعات (ن)} = \frac{\text{المدة الكلية}}{\text{مدة الدفعة الواحدة}}$$

فعلى سبيل المثال إذا كانت مدة القرض (1.5) سنة يعني (18) شهراً وتدفع في بداية كل شهرين فإن:

$$\text{عدد الدفعات} = \frac{18}{2} = 9$$

وأن أ = 18 ل = 2

أو كان الدفع في بداية كل ثلاثة أشهر فإن:

$$\text{عدد الدفعات} = \frac{18}{3} = 6$$

وأن أ = 18 ل = 3 وهكذا

الاشتقاق الرياضي للقانون:

نفرض أن مبلغاً (م) يمثل مبلغ الدفعة الواحدة التي تدفع في بداية كل شهرين لسداد قرض ما ولمدة سنة كاملة (12) شهراً بمعدل فائدة (4٪) والمطلوب إيجاد جملة دفعات هذا المبلغ؟

الحل:

∴ المدة الإجمالية سنة كاملة = 12 شهراً.

∴ مدة الدفعة الواحد = 2 شهراً.

∴ عدد الدفعات = $\frac{12}{2} = 6$

∴ $ف_1 = \frac{م \times 12 \times ع}{1200}$ (الفائدة الأولى)

∴ $ف_2 = \frac{م \times 10 \times ع}{1200}$ (الفائدة الثانية)

∴ $ف_3 = \frac{م \times 8 \times ع}{1200}$ (الفائدة الثالثة)

∴ $ف_4 = \frac{م \times 6 \times ع}{1200}$ (الفائدة الرابعة)

∴ $ف_5 = \frac{م \times 4 \times ع}{1200}$ (الفائدة الخامسة)

$$\therefore ف_6 = \frac{م \times 2 \times ع}{1200} \text{ (الفائدة السادسة)}$$

$$ف = ف_1 + ف_2 + ف_3 + ف_4 + ف_5 + ف_6$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{م \times 12 \times ع}{1200} + \frac{م \times 10 \times ع}{1200} + \frac{م \times 8 \times ع}{1200} \dots \frac{م \times 2 \times ع}{1200}$$

$$\frac{م \times ع}{1200} [2+4+6+8+10+12]$$

الأعداد بين قوسين تمثل متوالية عددية حدها (12) والأخيرة (2) وعدد حدودها معلوم وهو (6) يمكن الاستعاضة عنها بـ:

$$\frac{م \times ع}{1200} \left((أ+ل) \frac{ن}{2} \right)$$

جملة المبالغ = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

$$\text{جملة المبالغ} = م \times ن + \frac{م \times ع}{1200} \left((أ+ل) \frac{ن}{2} \right)$$

مثال (1): جد جملة دفعات مبلغ (150) ديناراً أودع في مصرف ما على شكل دفعات متساوية في بداية كل ثلاثة أشهر ولمدة سنة ونصف بمعدل فائدة بسيطة 4٪ سنوياً؟

الحل:

$$\therefore \text{جم} = \text{م} \times \text{ن} + \frac{\text{م} \times \text{ع}}{1200}\left((\text{أ}+\text{ل})\ \frac{\text{ن}}{2}\right)$$

بداية كل ثلاثة أشهر معناه: أ = 18 شهراً (1.5 سنة)

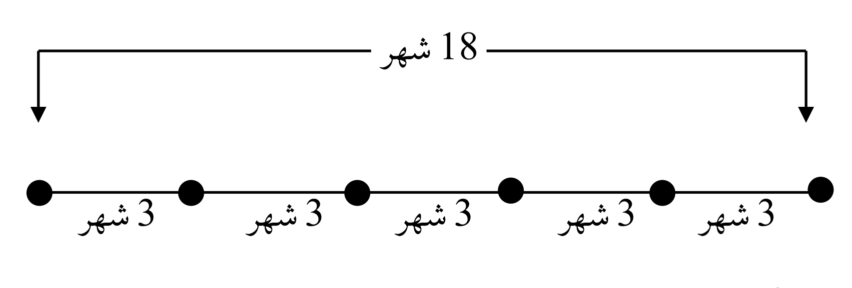
ل = 3 شهراً

$$\text{عدد الدفعات (ن)} = \frac{18}{3} = 6 \text{ دفعات}$$

$$\therefore \text{جم} = 150 \times 6 + \frac{4 \times 150}{1200}\left((18+3)\ \frac{6}{2}\right)$$

$$\therefore \text{جم} = 900 + \frac{600}{1200}\left((21)\frac{6}{2}\right)$$

$$\therefore \text{جم} = 900 + \frac{600}{1200} \times \frac{6}{2} \times (21) =$$ ديناراً جملة الدفعات المتساوية للمبلغ المذكور



ن = 6 دفعة

ثالثاً: قانون جملة الدفعات المتساوية في نهاية المدة

إن الفرق الأساس بين جملة الدفعات المتساوية في بداية المدة الزمنية وجملة الدفعات المتساوية في نهاية المدة هو أن مدة استثمار الدفعة الأولى (أ) في القانون تأخذ كامل المدة في حالة الدفعات المتساوية في بداية المدة و (ل) تأخذ مدى دفعة واحدة مثل شهرين أو ثلاثة أو ... أما قانون جملة الدفعات المتساوية في نهاية المدة الزمنية فإن (أ) تكون مساوية [للمدة الإجمالية مطروحاً منها مدة الدفعة الواحدة] أما (ل) فتكون صفراً على الدوام..

الاشتقاق الرياضي لقانون جملة الدفعات المتساوية في نهاية المدة الزمنية:

بالعودة إلى قانون جملة الدفعات المتساوية:

$$جم = م \times ن + \frac{م \times ع}{1200}\left((أ+ل)\ \frac{ن}{2}\right)$$

ولنفرض أن مبلغاً مقداره (م) تم إيداعه على شكل دفعات متساوية في نهاية كل شهرين في مصرف ما من قبل المودع أحمد وبمعدل فائدة ع٪ ولمدة سنة كاملة والمطلوب إيجاد جملة دفعات هذا المبلغ في نهاية السنة؟؟

الحل:

$$\therefore جم = م \times ن + \frac{م \times ع}{1200}\left((أ+ل)\ \frac{ن}{2}\right)$$

1 سنة = 12 شهراً

عدد الدفعات = $\frac{12}{2} = 6$

أ = $(12 - 2) = 10$

ل = صفر

$ف_1 = \frac{م \times 10 \times 12}{1200}$ (وهي أ)

$ف_2 = \frac{م \times 8 \times ع}{1200}$

$ف_3 = \frac{م \times 6 \times ع}{1200}$

$ف_4 = \frac{م \times 4 \times ع}{1200}$

$ف_5 = \frac{م \times 2 \times ع}{1200}$

$ف_6 = \frac{م \times صفر \times ع}{1200} = صفر$ (وهي ل)

$\therefore ف = ف_1 + ف_2 + ف_3 + ف_4 + ف_5 + ف_6$

$\therefore ف = \frac{م \times 10 \times ع}{1200} + \frac{م \times 8 \times ع}{1200} + \ldots + صفر$

$= \frac{م \times ع}{1200} [10 + 8 + 6 + 4 + 2 + 0]$

المقادير داخل القـوس متواليـة عددية حـدها الأول (10) وحـدها الأخـير (صفر) وعدد حدودها (6) يمكن كتابتها

$$\frac{ن}{2}[أ + ل]$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{م \times ع}{1200}\left((أ+ل)\ \frac{ن}{2}\right)$$

جملة الدفعات = مجموع المبالغ (م × ن) + مجموع الفوائد

$$\text{جملة الدفعات} = م \times ن + \frac{م \times ع}{1200}\left((أ+ل)\ \frac{ن}{2}\right)$$

مثال (2): جد جملة دفعات مبلغ (100) دينـار أودع في مصرـف الرشـيد عـلى شكل دفعات متساوية في نهاية كل ثلاثة أشهر بمعدل فائدة 4٪ سنوياً ولمـدة سنتان؟

الحل:

$$\therefore جم = م \times ن + \frac{م \times ع}{1200}\left((أ+ل)\ \frac{ن}{2}\right)$$

$$ن = \frac{\text{24 شهراً}}{3} = \text{6 دفعات}$$

أ = (24 – 3) = 21 شهراً

ل = صفر

$$\therefore \text{جم} = 6 \times 100 + \frac{4 \times 100}{1200}\left((0+21)\ \frac{6}{2}\right)$$

$$\text{جم} = 600 + \frac{400}{1200} \times \frac{6}{2} \times 21$$

= 621 ديناراً جملة الدفعات المتساوية

مثال (3): يودع إحسان مبلغ (100) ديناراً في بداية كل ثلاثة أشهر في مصرفه بمعدل 4٪ سنوياً ولمدة سنة وثلاثة أشهر ثم يقوم بسحب 50 ديناراً في نهاية كل ثلاثة أشهر بالمعدل نفسه، فما هو رصيد إحسان؟

الحل:

أ. الإيداع:

$$\therefore \text{جم} = \text{م} \times \text{ن} + \frac{\text{م} \times \text{ع}}{1200}\left((\text{أ}+\text{ل})\ \frac{\text{ن}}{2}\right)$$

$$\text{ن} = \frac{\text{15 شهراً}}{3} = 5\ \textbf{دفعات} \qquad \text{أ} = 15 \qquad \text{ل} = 3$$

$$\therefore \text{جم}_1 = 5 \times 100 + \frac{4 \times 100}{1200}\left((3+15)\ \frac{5}{2}\right)$$

$$\text{جم} = 500 + \frac{400}{1200} \times \frac{5}{2} \times (18)$$

= 515 ديناراً

ب. السحب:

أ = 25

ل = صفراً

$$\therefore \text{جم}_2 = 5 \times 100 + \frac{4 \times 100}{1200}\left(\frac{5}{2}\,(0+15)\right)$$

جم = 510 ديناراً

∴ الرصيد = جم$_1$ – جم$_2$ = 515 – 510 = 5 ديناراً

ملاحظة: لو كان إحسان يودع في بداية كل ثلاثة أشهر ثم يودع أيضاً في بداية كل شهرين نقوم بجمع الجملة الأولى للدفعات المتساوية مع جملة الدفعات المتساوية الثانية بدلاً من طرحها.

بند (6): تسديد الديون قصيرة الأجل

Amortization of Short – Run Debts

القروض قصيرة الأجل هي القروض Debts التي تقرض لمدة زمنية أقل من سنة عادة وتحسب فوائدها على أساس الفائدة البسيطة مقارنةً بالقروض طويلة الأجل التي تقرض لمدة زمنية طويلة وتحسب عليها فائدة مركبة.

أولاً: طرق تسديد القروض قصيرة الأجل:

هناك طرق عدة لتسديد القروض قصيرة الأجل نذكر منها:

1- تسديد القرض مع فوائد في نهاية المدة (مدة القرض).

2- دفع الفائدة مقدماً وتسديد القرض في نهاية المدة.

3- تسديد القرض بدفعات غير متساوية في فترات غير متساوية مع تسديد الباقي في نهاية المدة.

4- تسديد القرض بأقساط متساوية من أصل القرض مع دفع الفائدة على الرصيد.

5- تسديد القرض مع فائدته بأقساط متساوية والقسط المتساوي هنا بقسمين أحدهما لتسديد أصل القرض والآخر لدفع فائدته.

6- دفع الفوائد بصورة دورية في فترات متساوية مع تسديد القرض في نهاية المدة (فوائد دورية).

ثانياً: استخراج قيمة القسط الواحد

عرفنا سابقاً قانون جملة القرض في حالة الفائدة البسيطة والذي يمثل مجمـوع المبلغ المقترض وفائدته ووفقاً للعلاقة الآتية:

$$\text{جم} = \text{م} \left(1 + \frac{\text{ن} \times \text{ع}}{100}\right) \text{ جملة القرض}$$

نهاية مدة زمنية معينة والتي هي مدة القرض. وهذا المبلغ المقـترض يتوجـب تسديده بأقساط متساوية أو باحدى طرق التسديد، وأن قـانون جملـة الـدفعات المتساوية هو:

$$\text{جم} = \text{م} \times \text{ن} + \frac{\text{ن} \times \text{ع}}{100} \left((\text{أ} + \text{ل}) \ \frac{\text{ن}}{2}\right) \text{ جملة الأقساط}$$

وعليه فإن:

جملة القرض في نهاية المدة الزمنية = جملة الأقساط في نهاية المدة الزمنية

أي:

$$\text{م} \left(1 + \frac{\text{ن} \times \text{ع}}{100}\right) \text{م} \times \text{ن} + \frac{\text{م} \times \text{ع}}{1200} \left(\frac{\text{ن}}{2} \ (\text{أ} + \text{ل})\right)$$

حيث أن:

م: المذكورة في قانون جملة القرض تمثل مبلغ القرض الأصلي وتمثل مقدار القسط الواحد في قانون جملة الدفعات المتساوية.

ن: المدة الزمنية في قانون جملة القرض وعدد الدفعات في قانون جملة الدفعات المتساوية.

ع: سعر الفائدة.

أ: مدة استثمار الدفعة الأولى.

ل: مدة استثمار الدفعة الأخيرة.

مثال (1): اقترض أحمد مبلغاً قدره (60) ديناراً من مصرف الرشيد لمدة سنة كاملة وبمعدل 6٪ سنوياً وتعهد بتسديده والفوائد المترتبة عليه بأقساط متساوية في بداية كل شهرين... أوجد مقدار القسط الواحد المدفوع من قبل أحمد؟؟

الحل:

أولاً: جملة القرض = جملة الأقساط

$$\text{جملة القرض} = \text{م}\left(1 + \frac{\text{ن} \times \text{ع}}{100}\right)$$

$$= 600\left(1 + \frac{6 \times 1}{100}\right) = 636 \text{ ديناراً}$$

$$\text{جملة الأقساط} = \text{م} \times \text{ن} + \frac{\text{م} \times \text{ع}}{1200}\left((\text{أ}+\text{ل})\frac{\text{ن}}{2}\right)$$

$$\text{عدد الدفعات} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\therefore \text{جم} = \text{م} \times 6 + \frac{6 \times \text{م}}{1200}\left(\frac{6}{2}(2 + 12)\right)$$

$$\text{جم} = 6\ \text{م} + \frac{6\text{م}}{1200} \times \frac{6}{2} \times 14$$

جم = 6.26م

∴ 636 = 6.26م

∴ م = 101.5 ديناراً مقدار القسط الواحد

مثال (2): اشترى أحمد عدداً من أجهزة الموبايل بسعر (100) ديناراً للواحد على أن يدفع (200) ديناراً نقداً ويسدد الباقي مع فائدته بخمس أقساط ربع سنوية متساوية مقدار القسط الواحد (70) ديناراً وبعدل فائدة 4٪ سنوياً .... فما ثمن أجهزة الموبايل التي اشتراها؟؟ وما عددها؟

الحل:

جملة القرض = جملة الأقسام

$$\text{جملة الأقساط} = \text{م} \times \text{ن} + \frac{\text{م} \times \text{ع}}{1200}\left(\frac{\text{ن}}{2}(\text{أ} + \text{ل})\right)$$

المدة الإجمالية للقرض = 5 × 3 = 15 شهراً

$$\therefore \text{جملة الأقساط} = 70 \times 5 + \frac{4 \times 70}{1200}\left(\frac{5}{2}(0 + 12)\right)$$

$$\text{جملة الأقساط} = 350 + \frac{280}{1200} \times \frac{5}{2} \times 12$$

= 357 ديناراً

$$\text{جملة القرض} = \text{م} \left(1 + \frac{4 \times 15}{1200}\right)$$

$$= \text{م} \left(1 + \frac{60}{1200}\right)$$

= 1.05 م

∴ 357 = 1.05 م

∴ م = 340 ديناراً مقدار القرض بعد دفع الدفعة النقدية.

∴ الثمن الكلي لأجهزة الموبايل = 340 + 200 = 540 ديناراً

$$\text{عدد الأجهزة} = \frac{\text{ثمن الأجهزة}}{\text{سعر الوحدة}} = \frac{540}{1200} = 5 \text{ أجهزة}$$

مثال (3): اشترى شخص سيارة نوع Beugeot على أن يدفع (2) مليون ديناراً نقداً والباقي مع فائدته بمعدل 4٪ سنوياً بثمانية أقسام شهرية متساوية مقدار كل منها (500) ألف دينار... وبعد أن سدد الأقساط الثلاثة في مواعيدها اتفق مع دائنه على أن يدفع بقية الأقساط مرة واحدة في موعد القسط الأخير.

المطلوب:

1- سعر السيارة؟؟

2- المبلغ الواجب دفعه إذا كانت فوائد التأخير 6٪؟

الحل:

أولاً: سعر السيارة = الدفعة النقدية + القيمة الحالية لجملة الأقساط المتساوية

$$\text{جملة الأقساط} = م \times ن + \frac{م \times ع}{1200}\left(\frac{ن}{2}\,(أ + ل)\right)$$

عدد الدفعات = 8

$$\therefore \text{جملة الأقساط} = 8 \times 500000 + \frac{4 \times 500000}{1200}\left(\frac{8}{2}\,(0 + 7)\right)$$

$$\text{جملة الأقساط} = 4000000 + \frac{2000000}{1200} \times \frac{8}{2} \times 7 = \text{مليون ديناراً}$$

∴ سعر السيارة = 2 مليون + 4 مليون = 6 مليون دينار

= 2252916 ديناراً

ثانياً: المبلغ الواجب دفعه في القسط الأخير

$8 - 3 = 5$

$$\therefore \text{جم} = 5 \times 500000 + \frac{6 \times 500000}{1200}\left(\frac{5}{2}\,(0 + 7)\right)$$

= 2525000 ديناراً المبلغ الواجب دفعه

بند (7): استبدال الديون بفائدة بسيطة

يقصد باستبدال الديون "الاستعاضة عن قيمة معينة بما يساويها بحيث لا يتضرر كلا الجانبين الدائن أو المدين" فتحسب فائدة لصالح الدائن على المبالغ التي تتأخر تواريخ استحقاقها في حين يحصل المدين على خصم من الديون التي يتقدم تاريخ استحقاقها، وتجري عملية الاستبدال عادةً بطريقتين:

أولاً: طريقة القيمة الحالية [طريقة صافي القيمة في بداية المدة].

ثانياً: طريقة القيمة الاسمية [طريقة قيمة المستحق نهاية المدة].

أولاً: طريقة القيمة الحالية:

بموجب هذه الطريقة يتم استخراج القيمة الحالية للديون في تاريخ الاستبدال، ونستخرج مجموع القيم باستخدام طريقة النمور حيث يطرح من مجموع المبالغ للحصول على الصافي الكلي للديون، ثم نجد القيمة الاسمية للورقة الجديدة وذلك بقسم الصافي الكلي للديون بواسطة القانون وإليك خطوات العمل بهذه الطريقة:

1- تطبيق قاعدة النمور لاستخراج مجموع الخصم.

2- استخراج الصافي الكلي للديون بطرح مجموع الخصم من مجموع المبالغ [قيمتها الاسمية].

3- استخراج القيمة الاسمية للورقة الجديدة باستخدام القانون.

صافي قيمة الديون (ص.م) = مجموع المبالغ – مجموع الخصم

القيمة الاسمية للورقة الجديدة (قس) = $\frac{\text{ص.م}}{1 - \frac{\text{ن.ع}}{36000}}$

بحيث أن:

القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للديون الجديدة

مثال: رجل مدين بالمبالغ الآتية:

10 دينار تستحق بعد (30) يوماً

70 دينار تستحق بعد (40) يوماً

80 دينار تستحق بعد (50) يوماً

وقد استبدلها بورقة تجارية تستحق بعد (90) يوماً وبمعدل فائدة 4٪ أوجد القيمة الاسمية للورقة التجارية؟

الحل:

م	ن	م×ن
100	30	3000
70	40	2800
80	50	4000

250 المجموع = 9800 (مجموع النمور)

$$\text{مجموع الفوائد (مجموع الخصوم)} = \frac{\text{مجموع النمور}}{\text{القاسم}}$$

القاسم = 36000 ÷ 4 = 9000

$$\therefore \text{ (مجموع الخصوم)} = \frac{9800}{9000} = 1.08 \text{ ديناراً}$$

صافي قيمة الديون (ص.م) = مجموع المبالغ – مجموع الخصوم

ص.م = 250 – 1.08 = 248.9 دينار

$$\text{(قس)} = \frac{\text{ص.م}}{1 - \frac{\text{ن.ع}}{36000}}$$

$$\text{(قس)} = \frac{248.9}{1 - \frac{\text{ن.ع}}{36000}} = \frac{248.9}{1 - \frac{4 \times 90}{36000}}$$

$$\text{قس} = \frac{248.9}{0.99} = \text{ ديناراً القيمة الاسمية للورقة الجديدة}$$

الطريقة الثانية للحل:

القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للديون الجديدة

$$\frac{\text{م}_1}{1+\frac{\text{ن}_1.\text{ع}}{36000}}+\frac{\text{م}_2}{1+\frac{\text{ن}_2.\text{ع}}{36000}}+\frac{\text{م}_3}{1+\frac{\text{ن}_3.\text{ع}}{36000}}=\frac{\text{س}}{1+\frac{90\times\text{ع}}{36000}}$$

أي:

$$\frac{100}{1+\frac{32\times 4}{36000}}+\frac{70}{1+\frac{40\times 4}{36000}}+\frac{80}{1+\frac{50\times 4}{36000}}=\frac{\text{س}}{1+\frac{90\times 4}{36000}}$$

وبعد التبسيط:

س = 251.41 دينار وهي النتيجة السابقة نفسها.

وهذه الطريقة تسمى بطريقة القيمة الحالية الصحيحة.

ثانياً: طريقة القيمة الاسمية (نهاية المدة)

بموجب هذه الطريقة تاريخ الاستبدال يكون نفسه تاريخ استحقاق الورقة الجديدة وتكون أمام حالات ثلاثة هي:

الحالة الأولى: يكون تاريخ الاستبدال لاحقاً لتواريخ استحقاق الديون المراد استبدالها (نمور فوائد)

الحالة الثانية: يكون تاريخ الاستبدال سابقاً لتواريخ استحقاق الديون القديمة (نمور خصم).

الحالة الثالثة: يكون تاريخ الاستبدال لاحقاً لبعض الديون المراد استبدالها (نمور فوائد) سابقاً للبعض الآخر (نمور خصم) ويكتب نمور الخصم بخط أحمر ويسمى النمور الأحمر تمييزاً لخ عن نمو الفوائد النمور الزرق.

مثال رقم (2): أعد حل المثال السابق مستخدماً طريقة القيمة الاسمية؟

الحل:

م	ن	م × ن (نمور)
100	(30-90)	= 6000
70	(40-90)	= 3500
80	(50-90)	= 4000
250		13500 (مجموع النمور)

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمور}}{\text{القاسم}}$$

القاسم = 36000 ÷ 4 = 9000

$$\therefore \text{مجموع الفوائد (تأخير)} = \frac{13500}{9000} = 1.5 \text{ ديناراً}$$

$$\text{(قس)} = \frac{1.5}{1-\frac{4.\text{ن}}{36000}} = \frac{1.5}{1-\frac{4 \times 90}{36000}}$$

= 1.5 دينار

∴ القيمة الاسمية للورقة الجديدة = $250 - 1.5 = 248.5$ دينار

مثال (3): إذا علمت أن أحد وكلاء الشركة العراقية التجارية مدين بالسندات الآتية بمعدل 4٪:

500 دينار تستحق بعد (45) يوم

300 دينار تستحق بعد (60) يوم

250 دينار تستحق بعد مدة معينة

وقد اتفق مع دائنه على استبدال تلك السندات بورقة تجارية واحدة تستحق بعد (90) يوماً علماً أن قيمتها الاسمية (1500) ديناراً فما مدة السند الثالث؟ (اعتمد طريقة القيمة الحالية).

الحل:

م	ن	م × ن (نمور)
500	45	22500
300	60	18000
800		مجموع النمور (40500)

$$\text{مجموع الخصم} = \frac{\text{مجموع النمور}}{\text{القاسم}}$$

القاسم = 36000 ÷ 4 = 9000

$$\therefore \text{مجموع الخصم} = \frac{40500}{9000} = 4.5 \text{ ديناراً}$$

صافي قيمة السندين = 800 – 4.5 = 795.5 ديناراً

صافي قيمة الورقة الجديدة (ص.م) = $1500\left(1-\frac{4\times 90}{36000}\right)$

= 1485 دينار

صافي قيمة السند الثالث = 1485 – 795.5 = 689.5 دينار

$$\therefore\ 659.5 = 650\left(1-\frac{\text{ن}\ .\ (4)}{36000}\right)$$

$$659.5 = 650\left(1-\frac{\text{ن}\ .\ (4)}{36000}\right)$$

$$659.5 = 650 - \frac{650\ \text{ن}}{36000}$$

∴ ن = 285 يوماً مدة السند الثالث

طريقة ثانية للحل:

مجموع القيم القديمة في تاريخ الاستبدال = قيمة الدين الجديد في نفس التاريخ.

$$\therefore\ 1500\left(1-\frac{4\times 90}{36000}\right) = 500\left(1-\frac{4\times 45}{36000}\right) + 300\left(1-\frac{4\times 60}{36000}\right)$$

$$+\ 250\left(1-\frac{4\times(\text{ن})}{36000}\right)$$

∴ ن = 285 يوماً.

وهذه الطريقة تسمى طريقة القيمة الحالية التجارية.

بند (8): خصم الأوراق التجارية والديون بفائدة بسيطة
Banker & True Discount

أولاً: ماهية الخصم وتعريفه:

يعرف الخصم بصورة عامة بأنه تخفيض بنسبة معينة على مبلغ معين ويتشابه الخصم مع الفائدة البسيطة من حيث العوامل المكونة لهما (المبلغ، الزمن، والمعدل)، فإذا كانت الفائدة تضاف للمبلغ فإن الخصم يطرح من المبلغ، وخصم الديون يعني تسديدها قبل موعد استحقاقها بمدة معينة لقاء تخفيض يساوي فائدتها للمدة المحصورة بين تاريخ التسديد وتاريخ الاستحقاق بمعدل معين، فإذا تم تسديد المبالغ المدينة قبل موعد استحقاقها فيحصل المدين على خصم لقاء هذا التقديم الزمني لها.

في حين إذا تم تأخير مواعيد استحقاق المبالغ فيحصل الدائن على فوائد تأخير نتيجة لتحمله زمن انتظار إضافي على مبالغة المدينة. ويستطيع التاجر من قطع أو تظهير الأوراق التجارية [بوليصة أو سند لأمر].

لدى المصارف لقاء عمولة يتقاضاه المصرف تخصم من قيمة الورقة التجارية [أن عملية تظهير أو بيع الورقة التجارية لدى المصارف لقاء خصم ينزّل من قيمتها تسمى خصم أو قطع الأوراق التجارية، وباستطاعة التاجر قطع أوراقه التجارية خارج المصرف أيضاً وبخصم يختلف عن الخصم داخل المصرف وعليه فإن الخصم يكون بنوعين:

1- الخصم المصرفي Banker's Discount.

2- الخصم الحقيقي True Discount.

1. الخصم المصرفي:

وهو الخصم الذي يتقاضاه المصرف لقاء خصم الأوراق التجارية، ويحسب كفائدة تجارية بين تاريخ قطع الورقة التجارية وتاريخ استحقاقها مضافاً إليه المهلة القانونية.

ثانياً: تعاريف عامة:

هناك بعض المصطلحات لا بد من ذكرها:

أ. القيمة الاسمية: وهو المبلغ المذكور على متن الورقة (Face-Value).

ب. مصاريف القطع: هي مجموع ما يتقاضاه المصرف لقاء قطع الورقة التجارية.

ج. العمولة (Commission): وتحسب بنسبة معينة على القيمة الاسمية مثل

$$\frac{1}{100} = (0.1\%)$$

د. التحصيل: وهو مبلغاً مقطوعاً يتقاضاه المصرف بغض النظر عن القيمة الاسمية.

هـ. صافي قيمة الورقة: وهو المبلغ الناتج بعد طرح مجموع مصاريف القطع من القيمة الاسمية للورقة التجارية.

و. معدل النمور: وهو النسبة المئوية التي يحسب بموجبها الخصم ويكون مساوياً بالعائدة لمعدل الفائدة.

ز. مدة الخصم: وهي المدة المحصورة بين تاريخ قطع الورقة التجارية وتاريخ استحقاقها مضافاً إليه المهلة القانونية.

ثالثاً: قانون الخصم المصرفي وكيفية حسابه:

إذا رمزنا للقيمة الاسمية بالرمز (قس) والزمن بالرمز (ن) ومعدل الفائدة بـ (ع) فإن الخصم المصرفي (خ.م) يكون مساوياً:

$$خ.م = \frac{قس \times ن \times ع}{36000} \quad \text{..................(1)}$$

وإن صافي قيمة الورقة التجارية (ص.م) تكون مساوياً لحاصل طرح الخصم المصرفي من القيمة الاسمية.

$$ص.م = قس - خ.م$$

وبالتعويض عن الخصم المصرفي بما يساويه نحصل:

$$\therefore ص.م = قس - \frac{ص \times ن \times ع}{36000}$$

$$\therefore ص.م = قس \,(1- \frac{ن \times ع}{36000} \quad \text{..................(2)}$$

فإذا كانت هناك عمولة وتحصيل على الورقة المقطوعة كنسبة من القيمة الاسمية أي أن:

$$عمولة = \frac{قس \times عَ}{1000}$$

$$\text{تحصيل} = \frac{\text{قس} \times \text{عَ}}{1000}$$

$$\text{ص.م} = \text{قس} - \left(\frac{\text{قس} \times \text{ن} \times \text{ع}}{36000} - \frac{\text{قس} \times \text{عَ}}{1000} - \frac{\text{قس} \times \text{عً}}{1000} \right)$$

فإن:

أو

$$\text{ص.م} = \text{قس} - \left(\frac{\text{قس} \times \text{ن} \times \text{ع}}{36000} - \frac{\text{عَ} \times \text{عً}}{1000} \right) \text{..........(3)}$$

مثال (1): ورقة تجارية (بوليصة) قيمتها الاسمية (500) ديناراً قطعت في مصرف الرشيد قبل موعد الاستحقاق بمدة (60) يوماً بمعدل 6٪ فما:

1- مقدار الخصم المصرفي.

2- صافي قيمة الورقة التجارية.

3- صافي قيمة التجارية إذا كانت هناك عمولة (0.1٪) وتحصيل 0.5٪؟

الحل:

$$\text{1.خ.م} = \frac{\text{قس} \times \text{ن} \times \text{ع}}{36000} = \frac{500 \times 60 \times 6}{1000} = 5$$

2. ص. م = قس – ص.م = 500 – 5 = 495 ديناراً.

3. ص. م = قس – [خ م + عمولة + تحصيل]

عمولة = $\frac{1}{10} \div 100 = \frac{1}{1000}$

عمولة = $500 \times \frac{1}{1000} = \frac{1}{2}$ ديناراً

تحصيل = $\frac{5}{10} \div 100 = \frac{5}{1000}$

تحصيل = $\frac{15}{1000} \times 500 = 2.5$ ديناراً

∴ ص. م = $500 - [5 + 0.5 + 2.5] = 492$ ديناراً

مثال (2): ورقة تجارية قيمتها الاسمية 900 دينار مؤرخة في 25/ 4/ 2005 تستحق بعد (3) أشهر قدمت للقطع في أحد المصارف الأردنية بتاريخ 25/ 5/ 2005 فما صافي قيمة الورقة التجارية بعد القطع إذا كان معدل الخصم 5٪؟

الحل:

تاريخ الاستحقاق = 25/ 4/ 2005 + 3 شهر = 25/ 7/ 2005

مدة الخصم = 25/ 5/ 2005 لغاية 25/ 7/ 2005 + المهلة القانونية

مدة الخصم = 6 + 30 + 25 + 2 = 63 يوماً

∴خ.م = $\frac{\text{قس} \times \text{ن} \times \text{ع}}{36000} = \frac{900 \times 63 \times 5}{36000} = 7.875$ ديناراً

∴ صافي قيمة الورقة = $900 - 7.87 = 892.12$ ديناراً

مثال (3): أوجد القيمة الاسمية لورقة تجارية قطعت في أحد المصارف قبل موعد استحقاقها بمدة (50) يوماً بمعدل 4٪ إذا علمت أن مقدار الخصم المصرفي عليها (5) دنانير؟

الحل/ الطريقة الأولى:

$$\therefore \text{خ.م} = \frac{\text{قس} \times \text{ن} \times \text{ع}}{36000}$$

$$\therefore 5 = \frac{\text{قس} \times 50 \times 4}{36000}$$

∴ قس = 900 ديناراً القيمة الاسمية للورقة

الطريقة الثانية: طريقة الوحدة:

نفرض أن القيمة الاسمية تساوي (1) ديناراً.

$$\text{الخصم الفرضي} = \frac{1 \times 50 \times 4}{36000} = \frac{1}{180} \text{ديناراً}$$

$$\text{القيمة الاسمية} = \frac{\text{الخصم المصرفي الفعلي}}{\text{الخصم المصرفي الفرضي}}$$

$$= \frac{5}{\frac{1}{180}} = 900 \text{ ديناراً}$$

مثال (4): ورقة تجارية معينة تم قطعها في أحد المصارف بمعدل 4٪ لمدة (40) يوماً وكانت عملة 0.1 ٪ أي (1/ 1000) والتحصيل 0.5٪ أي (5/ 1000) فما القيمة الاسمية للورقة إذا علمت أن صافي قيمتها (730) ديناراً؟

الحل/ الطريقة الأولى:

$$\therefore \text{ص.م} = \text{قس}\left(1 - \frac{\text{ن} \times \text{ع}}{36000} - \frac{\text{عَ} + \text{عً}}{1000}\right)$$

$$\therefore 730 = \text{قس}\left(1 - \frac{4 \times 40}{36000} - \frac{5 + 1}{1000}\right)$$

$$730 = \text{قس}\left(1 - \frac{160}{36000} - \frac{6}{1000}\right)$$

$$730 = \text{قس}\,(1 - 0.004 - 0.006)$$

$$= 730.730 \text{ ديناراً القيمة الاسمية}$$

الطريقة الثانية: طريقة الوحدة:

نفرض أن القيمة الاسمية = 1 دينار

$$\therefore \text{الخصم المصرفي الفرضي} = \frac{4 \times 40 \times 1}{36000} = \frac{4}{1000} \text{ ديناراً}$$

$$\text{العمولة الفرضية} = \text{قس} \times \frac{1}{1000} = \frac{1 \times 1}{1000} = \frac{1}{1000}$$

$$\text{التحصيل الفرضي} = \text{قس} \times \frac{5}{1000} = 1 \times \frac{5}{1000} = \frac{5}{1000}$$

مجموع مصاريف القطع الفرضية = خصم فرضي + عمولة فرضية + تحصيل فرضي

$$= \frac{1}{1000} + \frac{5}{1000} + \frac{4}{1000} = \frac{10}{1000}$$

صافي قيمة الورقة الفرضية = 1 – [خصم فرضي + عمولة فرضية + تحصيل فرضي]

$$= 1 - \frac{10}{1000} = 0.99$$

$$\therefore \text{القيمة الاسمية} = \frac{\text{صافي قيمة الورقة الفعلي}}{\text{صافي قيمة الورقة الفرضي}}$$

$$= \frac{73}{0.99} = 737.37 \text{ ديناراً}$$

مثال: سند لأمر قيمته الاسمية (400) دينار مؤرخ في 15/ 5/ 2006 يستحق بعد (6) شهر قطع بمعدل 4٪ في مصرف يتقاضى عمولة (1/ 1000) وتحصيل (0.5٪) فما تاريخ القطع إذا علمت أن صافي قيمة الورقة (600) ديناراً؟

الحل:

أولاً: بواسطة القانون:

$$\therefore \text{ص.م} = \text{قس} \left(1 - \frac{\text{ن} \times \text{ع}}{36000} - \frac{\text{عَ} + \text{عً}}{1000}\right)$$

$$\therefore 90 = 400 \left(1 - \frac{\text{ن} \times 4}{36000} - \frac{1 + 5}{1000}\right)$$

$$390 = 400 \left(1 - \frac{4ن}{36000} - \frac{6}{1000}\right)$$

$$390 = 400 - \frac{1600ن}{36000} - \frac{2400}{1000}$$

$0.044ن = 7.6$

∴ ن = 172 يوماً

ثانياً: طريقة الوحدة:

العمولة = $400 \times \frac{1}{1000} = \frac{2400}{1000} = \frac{4}{10}$

مجموع العمولة والتحصيل = 0.4 + 2 = 2.4

قيمة الورقة بعد طرح مجموع العمولة والتحصيل = 400 – 2.4 = 397.6 ديناراً

∴ الخصم المصرفي = 397.6 – 390 = 7.6 ديناراً

نفرض مدة الخصم المصرفي = 1 يوماً

∴ الخصم المصرفي الفرضي = $\frac{4 \times 1 \times 600}{36000} = 0.06$

∴ المدة = $\frac{\text{الخصم المصرفي الفعلي}}{\text{الخصم المصرفي الفرضي}} = \frac{7.6}{0.06} = 126$ يوماً تقريباً

∴ المدة بدون مهلة قانونية = 126 – 2 = 124

تاريخ الاستحقاق 15/ 11/ 2005 (من السؤال السابق)

∴ تاريخ القطع = 15/ 11/ 2005 – 124 يوماً

2. الخصم الحقيقي True Discount

هو تخفيض من أصل الدين لقاء تسديده قبل موعد استحقاقه بمدة معينة ويحسب كفائدة بسيطة على المبلغ المدفوع أي على (القيمة الحالية) للفترة بين تاريخ التسديد وتاريخ الاستحقاق.

ويمكن وضع الخصم الحقيقي بشكل معادلة:

$$\text{الخصم الحقيقي} = \frac{\text{القيمة الحالية} \times \text{المدة} \times \text{المعدل}}{36000}$$

أو أن:

$$\text{خ . ح} = \frac{\text{ق ح} \times \text{ن} \times \text{ع}}{36000} \text{.........(1)}$$

وأن:

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{ق ح} = \text{قس} - \text{خ ح}\\ \text{أو قس} = \text{ق ح} + \text{خ ح}\end{array}} \text{.........(2)}$$

مثال: شخص مدين بمبلغ معين يستحق بعد (6) أشهر وتم تسديده قبل موعده بمبلغ (600) دينار فما هو أصل الدين إذا كان الخصم الحقيقي قد جرى بمعدل 4٪؟

الحل:

$$\therefore \text{خ ح} = \frac{\text{ق ح} \times \text{ن} \times \text{ع}}{36000}$$

$$\therefore \text{خ ح} = \frac{4 \times 6 \times 600}{36000} = 4$$ دينار مقدار الخم الحقيقي

∴ قس = خ ح + ق ح

∴ قس = 600 + 4 = 604 دينار.

مثال (2): أحمد مدين بمبلغ 400 دينار إلى صديقه إحسان يستحق بعد مدة معينة، وقد دفع (390) دينار لتسديده، فما مدة استحقاق أصل الدين إذا كان الخصم الحقيقي بمعدل 5٪؟

الحل:

$$\therefore \text{خ ح} = \frac{\text{ق ح} \times \text{ن} \times \text{ع}}{36000}$$

خ ح = 400 – 390 = 10 دينار

$$\therefore \text{خ ح} = \frac{390 \times \text{ن} \times 5}{36000}$$

$$10 = \frac{390 \times \text{ن} \times 5}{36000}$$

∴ ن = 184 يوماً تقريباً.

حساب القيمة الحالية Present Worth

بما أن القيمة الاسمية (قس) تساوي حاصل جمع الخصم الحقيقي (خ ح) والقيمة الحالية (ق ح) أي أن:

$$\text{قس} = \text{ق ح} + \text{خ ح} \quad \text{.................} (1)$$

وأن:

$$\text{خ ح} = \frac{\text{ق ح} \times \text{ن} \times \text{ع}}{36000} \text{............} (2)$$

بالتعويض في (1) نحصل على:

$$\text{قس} = \text{ق ح} + \frac{\text{ق ح} \times \text{ن} \times \text{ع}}{36000}$$

$$\therefore \text{قس} = \text{ق ح} \left(1 + \frac{\text{ن} \times \text{ع}}{36000}\right)$$

$$\therefore \text{ق ح} = \frac{\text{قس}}{1 + \frac{\text{ن} \times \text{ع}}{36000}} \text{............} (3)$$

مثال (1): شخص مدين بمبلغ (700) ديناراً يستحق بعد (70) يوماً فما المبلغ الواجب دفعه الآن، وما مقدار الخصم الحقيقي إذا كان المعدل 5٪؟

الحل:

1. بواسطة القانون

$$\therefore \text{ق ح} = \frac{\text{قس}}{1+\frac{\text{ن} \times \text{ع}}{36000}}$$

$$\therefore \text{ق ح} = \frac{700}{1+\frac{70 \times 5}{36000}} = 694 \text{ ديناراً تقريباً}$$

$$\therefore \text{خ ح} = \text{قس} - \text{ق ح}$$

$$\therefore \text{خ ح} = 700 - 694 = 6 \text{ دينار الخصم الحقيقي}$$

2. بطريقة الوحدة:

نفرض القيمة الحالية ق ح = 1 دينار

$$\therefore \text{ق ح} = \frac{\text{ق ح} \times \text{ن} \times \text{ع}}{36000}$$

$$\therefore \text{خ ح الفرضي} = \frac{1 \times 70 \times 5}{36000} = \frac{9}{1000} \text{ دينار}$$

$$\therefore \text{قس} = \text{ق ح} + \text{خ ح}$$

∴ قس الفرضية = $\frac{9}{1000} + 1 = 1.009$ دينار القيمة الاسمية الفرضية

∴ ق ح = $\frac{700}{1.009} = 694$ دينار تقريباً

خ ح = $700 - 694 = 9$ دينار الخصم الحقيقي

تمارين على الفائدة البسيطة

س1: أحسب مقدار الفائدة البسيطة على مبلغ (200) ديناراً بمعدل 4٪ لمدة (3) سنوات؟

س2: ما المبلغ الذي تكون فائدته البسيطة (27) ديناراً في نهاية 5 سنوات بمعدل 3٪ سنوياً؟

س3: أوجد معدل الفائدة لمبلغ (550) دينار أودع في مصرف لمدة سنة ونصف، علماً أن جملة المبلغ في نهاية المدة (650) ديناراً؟

س4: ما المعدل الذي يجب أن يستثمر به مبلغ (800) ديناراً لتصبح فائدته البسيطة (10) دنانير في نهاية (75) يوماً؟

س5: في 1/ 1/ 2006 استثمر مبلغ (500) دينار بفائدة بسيطة بمعدل 4٪ فما تاريخ سحبه إذا كانت جملته 450 ديناراً؟

س6: ما هو الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة على مبلغ (280) ديناراً لمدة (80) يوماً بمعدل 5٪؟

س7: ما مقدار الفائدة الصحيحة والتجارية إذا علمت أن الفرق بينهما هو (100) فلساً؟

س8: ما مقدار الفائدة على مبلغ (500) دينار لمدة (75) يوماً بمعدل 5٪؟ اعتمد الطريقة (الستينية)؟

س9: احسب مجموع الفوائد والجملة للمبالغ الآتية بمعدل 4٪، 5٪:

190 دينار لمدة 70 يوم

390 دينار لمدة 50 يوم

400 دينار لمدة 45 يوم

600 دينار لمدة 20 يوم

س10: شخص مدين بالمبالغ الآتية بمعدل 6٪:

100 دينار لمدة 30 يوم

200 دينار لمدة 50 يوم

300 دينار لمدة 75 يوم

60 دينار لمدة معينة

وكانت جملة المبالغ جميعها (700) دينار... أوجد مدة المبلغ الأخير؟

س11: برهن أن:

ت − ص = $\frac{\text{ت}}{73}$ مع مثال على ذلك...

س12: بتاريخ 1/ 1/ 2006 اقترض شخص (2000) ديناراً من مصرفه تم سداد ربع المبلغ نقداً على أن يسدد الباقي مع فائدته البسيطة بمعدل 4٪ خلال سنة وستة أشهر وبتاريخ 15/ 2/ 2006 سدد مبلغ (250) ديناراً مع

الفائدة المستحقة تـم في 25/ 8/ 2006 دفـع مبلـغ (300) دينـار والفائـدة المستحقة، أما الباقي فسدد بتاريخ الاستحقاق فما مجموع ما سدده؟

س13: شخص مدين بالمبالغ الآتية بمعدل 4.5٪:

100 دينار لمدة 30 يوم

200 دينار لمدة 50 يوم

300 دينار لمدة 45 يوم

وأراد استبدالها بورقة تجارية واحدة تستحق بعـد (80) يومـاً أوجـد القيمـة الاسمية للورقة "طريقة القيمة الحالية"؟

س14: أوجد جملة دفعات مبلغ (600) دينار يودع بصورة منتظمة في نهاية كـل أربعة أشهر بفائدة بسيطة بمعدل 3٪ ولمدة سنة كاملة؟

س15: اقترض إحسان مبلغ قدره 1200 دينـار مـن مصرـفه لمـدة سـنة كاملـة بفائدة بسيطة بمعدل 4٪، وتعهد بتسديد بثمانية أقساط شهرية متساوية، وفي نهاية كل أربعة أشهر، فما مقدار القسط الواحد؟

س16: ورقـة تجاريـة قيمتهـا الاسـمية (1000) دينـار قطعـت قبـل موعـد استحقاقها بـ (50) يوماً بفائدة بسيطة بمعدل 5٪ سنوياً، فما مقـدار الخصـم المصرـفي ومـا مقـدار صـافي الورقـة التجاريـة إذا علمـت أن [العمولـة = 1/ 1000 والتحصيل 5/ 1000]؟

س17: برهن على أن $\dfrac{\text{قس}}{1+\dfrac{\text{ن}\times\text{ع}}{36000}}$ مع مثال مقترح

الفصل الثاني
الفائدة الدورية

بند (9) تعريف الفائدة الدورية
Periodic interest

هي مقدار ثابت من أصل فائدة القرض يدفع في نهاية كل فترة مـن الفـترات المتساوية خلال مدة القرض ففي الفصل الأول الخاص بالفائدة البسيطة وكيفية حسابها عرفنا أن فائدة مبلغ (300) دينار يودع في مصرف ما لمـدة سـنة بمعـدل فائدة 4٪ يكون (12) دينار حسب قانون الفائدة البسيطة وهذه الفائدة بدلاً من دفعها مع المبلغ الأصلي نهاية المدة مرة واحـدة، فإنـه حسـب موضـوع (الفائـدة الدورية) يمكن دفعها على شكل دفعات متساوية مثلاً بـأربع دفعـات متسـاوية وفي نهاية كل ثلاثة أشهر.

بند (10): قانون الفائدة الدورية

إذا رمزنا للفائدة الدورية بالرمز (فد) وللمبلغ الأصلي بالرمز (م) ولسعر الفائدة بالرمز (ع) فإن قانون الفائدة الدورية هو:

$$\text{فد} = \frac{\text{م} \times \text{فترة} \times \text{ع}}{1200} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

حيث أن القانون المذكور يستخدم لحساب الفائدة الدورية الواحدة التي تدفع في نهاية كل ثلاثة أشهر (مثلاً) فإذا كان المبلغ الأصلي (100) دينار فلحساب مقدار الفائدة الدورية التي تدفع في نهاية كل (3) أشهر مثلاً بمعدل 4٪ وحسب القانون:

$$\text{فد} = \frac{\text{م} \times \text{فترة} \times \text{ع}}{1200} = \frac{100 \times 3 \times 4}{1200} = 12 \text{ ديناراً}$$

وقد تكون الفوائد الدورية أكثر من فائدة دورية واحدة وعدد الفوائد الدورية هذه يساوي عدد فتراتها ولا يكون عدد الفوائد الدورية كسراً بل عدداً صحيحاً فإذا رمزنا لعدد الفوائد الدورية بالرمز (ل) فإن:

$$\text{ك} = \frac{\text{المدة الكلية}}{\text{الفترة الواحدة}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

فإذا كانت المدة الكلية سنة ونصف والفترة الواحدة (3) شهر فإن عدد الفوائد الدورية:

$$\text{ك} = \frac{18}{3} = 6 \text{ عدد الفوائد الدورية الكلي}$$

وهذا العدد الكلي للفوائد الدورية يسدد بعضها في حين يؤجل تسديد البعض الآخر.

حيث أن ك = عدد الفوائد الدورية المسددة + عدد الفوائد الدورية المؤجلة.

فإذا رمزنا لعدد الفوائد المؤجلة بالرمز (ل) وعدد الفوائد المسددة بالرمز (هـ) فإن:

ك = ل + هـ .... (3)

بند (11): قانون حساب مجموع الفوائد الدورية

نستطيع الوصول إلى مجموع الفوائد الدورية وذلك بحاصل ضرب مقدار الفائدة الواحدة في عدد الفوائد الدورية فإذا رمزنا لمجموع الفوائد الدورية بالرمز (مج فد) ولمجموع الفوائد الدورية بالرمز (ك) ولمقدار الفائدة الواحدة بالرمز (فد) وعليه فإن:

مج فد = فد × ك .... (3)

وبما أن:

$$\text{فد} = \frac{\text{م} \times \text{فترة} \times \text{ع}}{1200}$$

$$\therefore \text{مج فد} = \frac{\text{م} \times \text{فترة} \times \text{ع}}{1200} \times \text{ك} \quad ....(4)$$

وفي حالة إيجاد مجموع الفوائد الدورية المؤجلة فإن القانون يصبح:

$$\therefore \text{مج فد} = \frac{\text{م} \times \text{فترة} \times \text{ع}}{1200} \times \text{ل} \quad ....(4)$$

فلإيجاد مجموع الفوائد الدورية لمبلغ (200) دينار تسدد بـ (4) فترات متساوية مقدار الفترة الواحدة (3) شهر وبمعدل 4٪ ولمدة سنة كاملة.

$$\text{مج فد} = \frac{200 \times 3 \times 4}{1200} \times 4 = 8$$ دنانير مجموع الفوائد الدورية

بند (12): قانون حساب جملة القرض مع الفوائد:

يمكن حساب جملة القرض (جم) وذلك وفقاً للعلاقة الآتية:

جم = م + ف

$$\text{جم} = \text{م} + \frac{\text{م} \times \text{فترة} \times \text{ع}}{1200} \times \text{هـ}$$

$$\therefore \text{جم} = \text{م} \left(1 + \frac{\text{م} \times \text{فترة} \times \text{ع}}{1200} \times \text{هـ}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

أمثلة تطبيقية:

مثال (1): جد مقدار الفائدة الواحد التي تدفع في نهاية كل شهرين على مبلغ (700) ديناراً اقترض لمدة (2) سنة بمعدل 4٪ سنوياً. ثم جد عدد الفوائد الدورية ومجموعها؟

الحل:

$$\therefore \text{فد} = \frac{\text{م} \times \text{فترة} \times \text{ع}}{1200}$$

$$\therefore \text{فد} = \frac{700 \times 2 \times 4}{1200} = 4.6$$ ديناراً مقدار الفائدة الدورية الواحدة

$$\therefore \text{ك} = \frac{\text{المدة}}{\text{الفترة}}$$

$\therefore$ ك = $\frac{12 \times 2}{2}$ =12 عدد الفوائد الدورية

$\therefore$ مج فد = فد × ك

$\therefore$ مج فد = 4.6 × 12 = 56 ديناراً مجموع الفوائد

مثال (2): اقترض إحسان مبلغ (1100) دينار لمدة سنتان وتعهد بتسديد فائدته الدورية بمعدل 4٪ في نهاية كل 3) أشهر فما جملة المستحق عليه في نهاية المدة؟

الحل:

$\therefore$ جم = م (1+ $\frac{\text{فترة} \times \text{ع}}{1200}$ × ك)

$\therefore$ ك = $\frac{\text{المدة}}{\text{الفترة}}$

$\therefore$ جم = 1100 (1+ $\frac{4 \times 3}{1200}$ × $\frac{12 \times 2}{3}$)

جم = 1100 (1+ $\frac{24 \times 12}{3600}$)

جم = 100 (1+ $\frac{24}{300}$)

جم = 1188 ديناراً جملة المستحق.

مثال (3): اقترض أحمد مبلغاً معيناً لمدة (1.5) سنة وتعهد بدفع فائدته الدورية بمعدل 6٪ في نهاية كل (4) أشهر، فما مقدار المبلغ المقترض إذا علمت أن جملة المستحق في نهاية المدة بلغت (1600) ديناراً؟

الحل:

$$\therefore \text{جم} = \text{م} \left(1 + \frac{\text{ع} \times \text{فترة}}{1200} \times \text{ك}\right)$$

$$\therefore 1600 = \text{م} \left(1 + \frac{4 \times 6}{1200} \times \frac{18}{4}\right)$$

$$1600 = \text{م} \left(1 + \frac{24}{1200} \times \frac{18}{4}\right)$$

$$1600 = \text{م} \left(1 + \frac{6}{200} \times 3\right)$$

$$1600 = \text{م} \left(1 + \frac{18}{200}\right) = 1468 \text{ ديناراً تقريباً}$$

ملاحظة: يمكن تصوّر المثال السابق بجعل سعر الفائدة هو المجهول والحل هو بنفس الطريقة.

بند (13): فوائد التأخير

إذا سدد المبلغ في تاريخ استحقاقه المطلوب فلا تحسب عليه فائـدة أو يخصـم منه. شيئاً ولكن من أسباب وجود الفائدة على المبـالغ المودعـة أو المقترضـة هـو وجود المدة، فإذا سدد المبلغ قبل موعد الاستحقاق فإن هناك خصم يتلقاه المدين لقاء تقديم الفترة الزمنية في حين يحصل الدائن على فوائد تأخير على المبالغ التـي تتأخر مواعيد تسديدها في الوقت المحدد وبمعدل أعلى من معدل الفائـدة الأول وتشمل فوائد التأخير هذه على حالات ثلاثة هي:

1- فائدة تأخير القرض في حالة تأخير سداده في موعد الاستحقاق.

2- فوائد تأخير الفوائد الدورية التي يؤجل تسـديدها بعـد اسـتحقاقها في مـدة معينة، وفي هذه الفترة حالتان هما:

الحالـة الأولى: تـأخير الفوائـد الدوريـة أو جـزء منهـا إلى تـاريخ اسـتحقاق القرض.

الحالة الثانية: تأخير تسديد الفوائد الدورية أو جزء منها إلى موعد بعد تاريخ استحقاق القرض.

أولاً: الحالة الأولى: تأخير الفوائد الدورية أو جزء منها إلى تاريخ استحقاق القرض

كما علمنا أن الفوائد الدورية تكون على فترات كل نهاية شهرين أو كل نهايـة ثلاثة أشهر وهكذا ويتوجب دفع كل من هذه الفوائد الدورية في نهاية كـل فـترة وحسب تاريخ الاستحقاق فـإذا تـم تأخيرهـا لأي سـبب فإنهـا تسـمى عندئـذٍ

(بالفوائد الدورية المؤجلة) وتدفع عليها فوائد تأخير تسمى فوائد تأخير الفوائد الدورية للفترة بين تاريخ استحقاقها وتاريخ تسديدها ويكون موعد تسديد الفائدة الدورية الأخيرة هو نفس تاريخ استحقاق القرض فإن مدتها تساوي صفراً ولا تضاف عليها فائدة تأخير.

مثال (1): اقترض شخص مبلغ (900) دينار لمدة سنتان وتعهد بتسديد فوائده بمعدل 4٪ في نهاية كل (4) شعر، وقد تعذّر عن دفع الفوائد فاتفق مع دائنه على تأجيلها إلى تاريخ استحقاق القرض بمعدل 5٪ فما:

أ- مجموع فوائد التأخير على الفوائد الدورية.

ب- جملة المستحق في نهاية المدة؟

الحل:

$$\text{فد} = \frac{\text{م} \times \text{فترة} \times \text{ع}}{1200}$$

$$\text{فد} = \frac{1900 \times 4 \times 4}{1200} = \text{ديناراً مقدار الفائدة الدورية}$$

$$\text{ك} = \frac{\text{المدة}}{\text{الفترة}} = \frac{24}{4} = 3$$

مج فد = فد × ك

مج فد = 12 × 3 = 36 دينار مجموع الفوائد الدورية.

مجموع المطلوب = القرض + مجموع الفوائد الدورية + مجموع فوائد التأخير

حساب مدد التأخير:

لو فرضنا أن المدة الكلية لمبلغ مقترض من مصرف ما هي سنتان (24 شـهر) تسدد بشكل فترات دورية في نهاية كل أربع أشهر فإن:

تاريخ استحقاق الفائدة الدورية الأولى بعد (4) شهر

تاريخ استحقاق الفائدة الدورية الثانية بعد (8) شهر

تاريخ استحقاق الفائدة الدورية الثالثة بعد (12) شهر

تاريخ استحقاق الفائدة الدورية الرابعة بعد (16) شهر

تاريخ استحقاق الفائدة الدورية الخامسة بعد (20) شهر

تاريخ استحقاق الفائدة الدورية السادسة (الأخيرة) (24) شهر

وعليه فإن: مدة تأخير الفائدة الدورية الأولى = 24 – 4 = 20

مدة تأخير الفائدة الدورية الثانية = 24 – 8 = 16

مدة تأخير الفائدة الدورية الثالثة = 24 – 12 = 12

مدة تأخير الفائدة الدورية الرابعة = 24 – 16 = 8

مدة تأخير الفائدة الدورية الخامسة = 24 – 20 = 4

مدة تأخير الفائدة الدورية السادسة = 24 – 24 = صفر

ويمكن استخراج مدة تأخير الفائدة الدورية الأولى باستخدام القانون الآتي:

أ = ك – (ل + 1) .... (5)

حيث أن:

أ: مدة تأخير الفائدة الدورية المؤجلة الأولى.

ك: عدد الفوائد الدورية.

(ل + 1): تسلسل الفوائد المؤجلة.

ففي مثالنا السابق:

عدد فترات تأخير الأولى = 6 – 1 = 5 فترة = 20 شهراً.

عدد فترات تأخير الثانية = 6 – 2 = 4 فترة = 16 شهراً.

عدد فترات تأخير الثالثة = 6 – 3 = 3 فترة = 12 شهراً.

عدد فترات تأخير الرابعة = 6 – 4 = 2 فترة = 8 شهراً.

عدد فترات تأخير الخامسة = 6 – 5 = 1 فترة = 4 شهراً.

عدد فترات تأخير السادسة = 6 – 6 = 0 فترة = صفر شهراً.

والشكل البياني يوضح ذلك:

					فد (1)	6	20
				فد (2)	4 شهور	5	16
			فد (3)	4 شهور	4 شهور	4	12
		فد (4)	4 شهور	4 شهور	4 شهور	3	8
	فد (5)	4 شهور	4 شهور	4 شهور	4 شهور	2	4
فد (6) صفر	4 شهور	4 شهور	4 شهور	4 شهور	4 شهور	1	صفر

وبصورة عامة فإن لاستخراج مجموع فوائد التأخير والذي يرمز له (مج فتـا)

نستخدم القانون الآتي:

$$\text{مج فتا} = \frac{\text{م} \times \text{فترة} \times \text{ع}}{1200} \times \frac{\text{عَ}}{1200} \times \frac{\text{ن}}{2} \text{(أ+ل)} \quad ....(6)$$

حيث أن:

م : المبلغ.

عَ: معدل فائدة التأخير.

ن = عدد الفوائد الدورية.

أ: مدة تأخير الفائدة الدورية المؤجلة الأولى.

ل: مدة تأخير الفائدة الدورية المؤجلة الأخيرة.

فائدة تأخيرة فد (1) = $\frac{20 \times 5 \times 12}{1200}$ فد = 12

فائدة تأخيرة فد (2) = $\frac{16 \times 5 \times 12}{1200}$

فائدة تأخيرة فد (3) = $\frac{12 \times 5 \times 12}{1200}$

فائدة تأخيرة فد (4) = $\frac{8 \times 5 \times 12}{1200}$

فائدة تأخيرة فد (5) = $\frac{4 \times 5 \times 12}{1200}$

فائدة تأخيرة فد (6) = $\frac{0 \times 5 \times 12}{1200}$

مجموع فوائد التأخير = $\frac{20 \times 5 \times 12}{1200} + \frac{20 \times 5 \times 12}{1200} + ... + \frac{0 \times 5 \times 12}{1200}$

مجموع فوائد التأخير = $\frac{5 \times 12}{1200}$ $[20 + 16 + 12 + 8 + 4 + 0]$

المدد داخل القوس تمثل متوالية عددية حددها الأول (20) والأخير صفراً

وعدد حدودها (6) يمكن إيجاد مجموع حدودها بالاستعاضة عنها بـ: $\frac{ن}{2}$ (أ + ل)

فد (1)						6	20 ←
فد (2)					4 شهور	5	16 ←
فد (3)				4 شهور	4 شهور	4	12 ←
فد (4)			4 شهور	4 شهور	4 شهور	3	8 ←
فد (5)		4 شهور	4 شهور	4 شهور	4 شهور	2	4 ←
فد (6) صفر	4 شهور	4 شهور	4 شهور	4 شهور	4 شهور	1	صفر ←

وبصورة عامة فإن لاستخراج مجموع فوائد التأخير والذي يرمز له (مج فتـا)

نستخدم القانون الآتي:

$$\text{مج فتا} = \frac{\text{م} \times \text{فترة} \times \text{ع}}{1200} \times \frac{\text{عَ}}{1200} \times \frac{\text{ن}}{2} \text{(أ+ل)} \ldots\ldots\ldots (6)$$

حيث أن:

م : المبلغ.

عَ: معدل فائدة التأخير.

ن = عدد الفوائد الدورية.

أ: مدة تأخير الفائدة الدورية المؤجلة الأولى.

ل: مدة تأخير الفائدة الدورية المؤجلة الأخيرة.

فائدة تأخيرة فد (1) = $\frac{20\times 5\times 12}{1200}$ فد = 12

فائدة تأخيرة فد (2) = $\frac{16\times 5\times 12}{1200}$

فائدة تأخيرة فد (3) = $\frac{12\times 5\times 12}{1200}$

فائدة تأخيرة فد (4) = $\frac{8\times 5\times 12}{1200}$

فائدة تأخيرة فد (5) = $\frac{4\times 5\times 12}{1200}$

فائدة تأخيرة فد (6) = $\frac{0\times 5\times 12}{1200}$

مجموع فوائد التأخير = $\frac{20\times 5\times 12}{1200} + \frac{20\times 5\times 12}{1200} + \ldots + \frac{0\times 5\times 12}{1200}$

مجموع فوائد التأخير = $\frac{5\times 12}{1200}\,[20 + 16 + 12 + 8 + 4 + 0]$

المدد داخل القوس تمثل متوالية عددية حددها الأول (20) والأخير صفراً

وعدد حدودها (6) يمكن إيجاد مجموع حدودها بالاستعاضة عنها بـ: $\frac{ن}{2}$ (أ + ل)

$$\text{مجـ} = \frac{\text{م} \times 4}{1200} \frac{\text{ن}}{2} (\text{أ} + \text{ل})$$

أ = عدد الفوائد الدورية – تسلسل الفائدة المؤجلة الأولى

= 6 – 1 = 5 × 4 = 20 شهراً

ل = عدد الفوائد الدورية – تسلسل الفائدة الدورية الأخيرة

ل = 6 – 6 = صفر

فترة = صفر شهراً

$$\text{مجموع فوائد التأخير} = \frac{12 \times 5}{1200} \frac{6}{2} (20 + 0) = 3 \text{ دنانير}$$

جملة المستحق = 900 + 3 = 903 ديناراً

وبعد أن عرفنا قانون مجموع فوائد تأخير الفوائد الدورية المؤجلة لا بد من معرفة قانون حساب جملة المستحق كما يلي:

$$\text{جم} = \text{م} + \frac{\text{م} \times \text{فترة} \times \text{ع}}{1200} \times \text{ن} \left(1 + \frac{\text{عَ}}{1200} \times \frac{1 + \text{ل}}{2}\right) \ldots\ldots(7)$$

حيث أن:

جم: تشير إلى جملة المستحق

م: المبلغ

ع: سعر الفائدة

عَ: سعر الفائدة للتأخير

ن: عدد الفوائد الدورية المؤجلة

أ: مدة تأخير الفائدة الدورية المؤجلة الأولى.

ل: مدة تأخير الفائدة المؤجلة الأخيرة.

ولبيان العمل بهذا القانون نورد المثال الآتي:

مثال (2): اقترض شخص مبلغ (250) دينار لمدة (2) سنة وتعهد بتسديده مع فائدته الدورية بمعدل 5٪ في نهاية كل (3) شهراً وبعد أن سدد المدين الثلاث فوائد الدورية الأولة بصورة منتظمة اتفق مع دائنه على تأجيل بقيمة الفوائد الدورية إلى تاريخ الاستحقاق بفائدة تأخير بمعدل 6٪ فما جملة المستحق عليه بتاريخ الاستحقاق؟

الحل:

$$\text{جم} = \text{م} + \frac{\text{م} \times \text{فترة} \times \text{ع}}{1200} \times \text{ن} \left(1 + \frac{\text{عَ}}{1200} \times \frac{1 + \text{ل}}{2}\right)$$

$$\text{عدد الفوائد} = \frac{\text{المدة}}{\text{الفترة}} = \frac{24}{3} = 8$$

عدد الفوائد المؤجلة = عدد الفوائد – عدد الفوائد المدفوعة

عدد الفوائد المؤجلة = 8 – 3 = 5

أ = (عدد الفوائد المؤجلة – 1) عدد أشهر الفترة

أ = $(5 - 1) \times 3 = 12$

ل = $(5 - 5) \times 3 =$ صفر

جم = $250 + \frac{5\times 3\times 250}{1200}\times 5\left(1+\frac{6}{1200}\times\frac{0+12}{2}\right)$

= 266 ديناراً

تمارين على الفائدة الدورية

س1: اقترض أحسان مبلغ (1750) دينار من مصرفه وتعهد بتسديد فائدته الدورية بمعدل 4٪ في نهاية كل ثلاثة أشهر لمدة (30) شهراً المطلوب:

1- مقدار الفائدة الدورية الواحدة.

2- عدد الفوائد الدورية ومجموعها.

س2: اقترض أحمد مبلغاً قدره (3000) دينار من مصرف الرشيد لمدة سنتان على أن يسدد الفائدة الدورية بمعدل 5٪ في نهاية كل (4) أشهر، فما جملة المستحق في نهاية المدة؟؟

س3: اقترض شخص مبلغ (2500) دينار وتعهد بتسديد فائدته الدورية بمعدل 4٪ في نهاية كل شهرين ولمدة (30) شهراً، وبعد أن سدد الفوائد الدورية السبعة الأولى أجل تسديد الفوائد الباقية إلى تاريخ الاستحقاق بفائدة تأخير 6٪ فما مجموع الفوائد الدورية المؤجلة؟ وما مجموع فوائد خير الفوائد الدورية المؤجلة؟

الفصل الثالث

الفائدة المركبة

بند (14): الفائدة البسيطة والفائدة المركبة

علمنا سابقاً أن الفائدة البسيطة تحسب على القروض قصيرة الأجل والتي لا تتجاوز مدتها سنة كاملة وأن الفائدة البسيطة تحسب على المبلغ الأصلي مقارنة بالفائدة المركبة والتي تخص القروض طويلة الأجل (Long-Run Debts) وتحسب الفائدة المركبة على المبلغ وفائدته، فلو فرضنا أن مبلغاً قدره (100) ديناراً أردنياً استثمر في أحد المصارف بمعدل 5٪ سنوياً لمدة (5) سنوات فلبيان الفرق بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة نورد الجدول الآتي:

السنة	الفائدة البسيطة		الفائدة المركبة	
	م	ف	م	ف
الأولى	100	5 دينار	100	5
الثانية	100	5 دينار	105	5.250
الثالثة	100	5 دينار	110	5.513
الرابعة	100	5دينار	115	5.788

يلاحظ من الجدول السابق أن الفائدة البسيطة ثابتة (5) دنانير أما الفائدة المركبة فهي تتساوى مع الفائدة البسيطة في السنة الأولى فقط في حين تبدأ الفائدة المركبة بالازدياد من السنة الثانية في حين تتناقص الفائدة البسيطة.

السنة الأولى: الفائدة البسيطة = $\frac{\text{م} \times \text{ن} \times \text{ع}}{100} = \frac{5 \times 1 \times 100}{100} = 5$ دنانير

السنة الثانية = (5 دينار)

السنة الثالثة = (5 دينار)

السنة الرابعة = (5 دينار)

السنة الأولى: الفائدة المركبة = 5 دينار

السنة الثانية: الفائدة المركبة = 5.250

السنة الثالثة: الفائدة المركبة = 5.513

السنة الرابعة: الفائدة المركبة = 5.788

المجموع =21.551

مثال (1): استثمر أحمد مبلغاً ما بمعدل معين فبلغت فائدته البسيطة بعد (2) سنة 80 ديناراً والمركبة (95) ديناراً كم هو المبلغ؟ إذا كان معدل الفائدة 5٪؟

الحل:

80 ÷ 2 = 40 ديناراً الفائدة البسيطة للسنة الأولى والثانية

∴ الفائدة البسيطة = الفائدة المركبة في السنة الأولى

∴ الفائدة المركبة للسنة الأولى = (40) ديناراً أيضاً (95) دينار هي الفائدة المركبة للسنة الأولى والثانية

∴ 95 – 40 = 45 دينار الفائدة المركبة للسنة الثانية

∴ الفائدة المركبة للسنة الثانية – الفائدة المركبة للسنة الأولى

= $45 - 40$ = 5 دينار

$$40 = \frac{\text{م} \times 1 \times 5}{100}$$

∴ م = 800 دينار

بند (15) قانون الجملة بفائدة مركبة:

إذا رمزنا لجملة المبلغ في حالة الفائدة المركبة بالرمز (جـم) والمدة بـ (ن) وسعر الفائدة بالرمز (ر) وللمبلغ الأصلي بالرمز (أ)، فإن قانون الجملة للفائدة المركبة هو:

$$\text{جم} = \text{أ}\,(1 + \text{ر})^{\text{ن}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

ومنه:

$$\text{المبلغ الأصلي (أ)} = \frac{\text{جم}}{(1+\text{ر})^{\text{ن}}}$$

$$\text{وسعر الفائدة (ر)} = \left(\frac{\text{جم}}{\text{أ}}\right)^{\frac{1}{\text{ن}}} - 1 \times 100$$

والقانون الأخير يمكن استعماله لحساب معدل النمو الاقتصادي أو معدل النمو بصفه عامة فهو قانون حساب معدل النمو المركب... ولبيانت العمل بهذه القوانين لنورد الأمثلة التطبيقية الآتية:

مثال (1): أودع أحمد مبلغ 1000 ديناراً أردنياً في أحد المصارف الأردنية بفائدة مركبة بمعدل 5٪ سنوياً ولمدة (5) سنوات.. أوجد جملة هذا المبلغ في نهاية المدة المذكورة؟

الحل:

$\therefore$ جم = أ $(1 + ر)^{ن}$

$\therefore$ جم = $1000 \, (1 + 0.05)^{5}$

$= 1000 \, (1.05)^{5}$

= 1276.28 ديناراً جملة المبلغ المذكورة.

مثال (2): ما المبلغ الذي تم إيداعه في مصرف ما بفائدة مركبة بمعدل 4٪ سنوياً لمدة (2) سنة إذا علمت أن جملته في نهاية المدة كانت (2000) دينار؟

الحل:

$$\therefore \text{أ} = \frac{\text{جم}}{(1+\text{ر})^{\text{ن}}}$$

$$\therefore \text{أ} = \frac{2000}{(1+0.04)^{2}} = \frac{2000}{(1.04)^{2}} = 1851.8$$ ديناراً المبلغ

مثال (3): ما سعر الفائدة التي تم إيداع مبلغ (500) ديناراً بموجبه في مصرف ما لمدة (3) سنوات إذا علمت أن جملة المبلغ كانت (612) ديناراً؟

الحل:

$$\therefore \text{ر} = \left(\frac{\text{جم}}{\text{أ}}\right)^{\frac{1}{\text{ن}}} - 1 \times 100$$

∴ ر = $\left(\frac{612}{500}\right)^{\frac{1}{3}} - 1 \times 100$

ر = $(1.22)^{0.33} - 1 \times 100$

∴ ر = 7٪ سعر الفائدة (تقريباً)

ملاحظة: من الممكن استخدام اللوغاريتمات (Logarithm) لإيجاد قانون الجملة بفائدة مركبة ففي المثال السابق (مثال رقم 1):

∴ جم = $1000\,(1 + 0.05)^5$

∴ جم = $1000\,(1.05)^5$

لو جم = لو 1000 + 5 لو 1.05 (لوغاريتم الطرفين)

لو جم = 3 + 5 (0.021)

∴ لو جم = 3.105

∴ جم = 1276.28 دينار (تقريباً)

بند (16) الدفعات المتساوية بفائدة مركبة Annuities

عرفنا سابقاً بأن الدفعات المتساوية هي مبالغ متساوية تدفع في بداية أو نهاية فترات زمنية متساوية وبانتظام (regular). وفي موضوع الفائدة البسيطة يتم التعاكل مع الدفعات المتساوية التي مدتها سنة أو تزيد قليلاً أما الدفعات التي تزيد مدتها على ذلك ولأجل طويل فتعامل على أساس الفائدة المركبة وهناك أنواع ثلاثة من الدفعات المتساوية هي:

1- دفعات متساوية مؤكدة Annuity Certain: وهي الدفعات التي تبدأ مدة استثمارها وتنتهي في تواريخ معلومة.

2- دفعات متساوية غير مؤكدة: وهي الدفعات التي يكون تاريخ استثمار الدفعة الأولى أو الأخيرة غير معلوم.

3- دفعات متساوية مؤكدة Annuity Certain: وتقسم بدورها إلى نوعين:

أ- دفعات عادية (Ordinary Annuities): وهي عبارة عن دفعات متساوية تدفع في نهاية الفترة الزمنية.

ب- دفعات فورية Annuities Due: وهي دفعات متساوية تدفع في بداية الفترة الزمنية وتسمى أيضاً دفعات (غير عادية).

بند (17): جملة الدفعات المتساوية

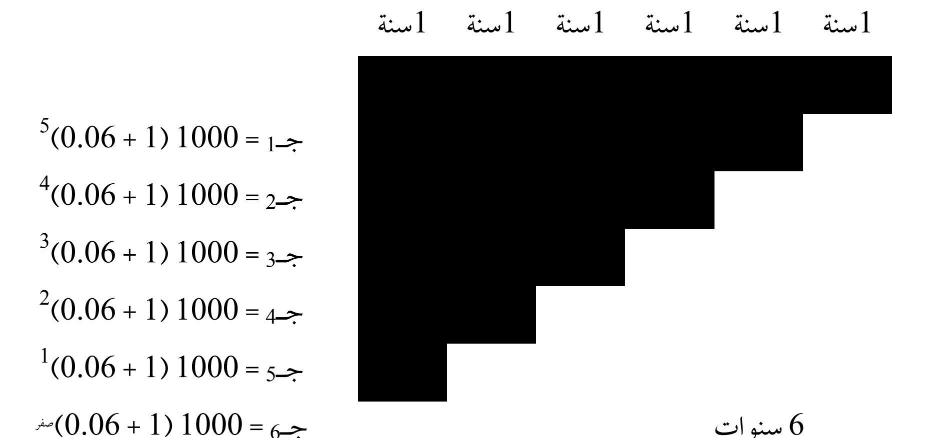
1- جملة الدفعات المتساوية في نهاية المدة الزمنية

لو فرضنا أن جملة الدفعات المتساوية في نهاية المدة هي (جـم) فمبلـغ الدفعـة (م) وسعر الفائدة (ر) وعدد الدفعات المتساوية (ن) فإنه يمكن كتابة قانون جملة الدفعات المتساوية بفائدة مركبة في نهاية المدة على النحو الآتي:

$$\text{جم} = \frac{\text{أ}\left((1+\text{ر})^{\text{ن}} - 1\right)}{\text{ر}} \quad \ldots\ldots\ldots(1)$$

فلإيجاد جملة دفعات مبلـغ (1000) دينـاراً أودع في مصـرف بفائـدة مركبـة بمعدل 6٪ سنوياً في نهاية كل سنة ولمدة 6 سنوات.

$$\text{عدد الدفعات} = \frac{\text{المدة الكلية}}{\text{مدة الدفعة الواحدة}} = \frac{6}{1} = 6$$



∴ جـ = جـ$_1$ + جـ$_2$ + جـ$_3$ + جـ$_4$ + جـ$_5$ + جـ$_6$

∴ جـ = $[1000 (1 + 0.06)^5 + 1000 (1 + 0.06)^4 + \ldots + 1000]$

وبإخراج (1000) عامل مشترك

∴ $1000 \, [(1.06)^5 + (1.06)^4 + (1.06)^3 + (1.06)^2 + (1.06) + 1]$

المقادير داخل القوس تمثل متوالية هندسية (Geometric – Series) حدها الأول والأخير معلومان وكذلك عدد حدودها يمكن كتابتها.

$$\text{جم} = \frac{\text{أ}(\text{ر}^{\text{ن}} - 1)}{\text{ر} - 1}$$

$$\therefore \text{جم} = \frac{1000\,(1.06^6 - 1)}{1.06 - 1}$$

$$\therefore \text{جم} = \frac{1000\,(1.06^6 - 1)}{0.06}$$

ومنه:

$$\text{جم} = \frac{\text{أ}\left((1+\text{ر})^{\text{ن}} - 1\right)}{\text{ر}}$$

مثال (1): ما جملة (15) دفعة سنوية مقدار كل منها (300) دينار استثمرت بفائدة مركبة بمعدل 3٪ في نهاية كل سنة في مصرف الرشيد؟

الحل:

م = 300 (مبلغ الدفعة الواحد)

ن = 15 دفعة

ع = 3٪

$$\therefore \text{جم} = \frac{\text{م} \times (1+\text{ر})^{\text{ن}} - 1}{\text{ر}}$$

$$\therefore \text{جم} = \frac{300 \times (1+0.03)^{15} - 1}{0.03} = 15546 \text{ ديناراً}$$

بند (18): قانون جملة الدفعات المتساوية في بداية الفترة الزمنية

إذا كانت الدفعات المتساوية هذه المرة في بداية كل سنة فإن قانون جملة الدفعات المتساوية يصبح:

$$\text{جم} = \text{أ}\,(1+\text{ر})\,\frac{(1+\text{ر})^{\text{ن}} - 1}{\text{ر}} \quad ....(2)$$

ففي مثالنا السابق وهو مبلغ (1000) ديناراً أودع في مصرف بفائدة مركبة لمدة 6 سنوات بمعدل 6٪ في بداية كل سنة فإيجاد جملة دفعات هذا المبلغ؟؟

$$\text{عدد الدفعات} = \frac{6}{1} = 6 \text{ دفعة}$$

1 سنة	1 سنة	1 سنة	1 سنة	1 سنة	1 سنة	جـ$_1$ = $1000\,(1.06)^6$
	1 سنة	1 سنة	1 سنة	1 سنة	1 سنة	جـ$_2$ = $1000\,(1.06)^5$
		1 سنة	1 سنة	1 سنة	1 سنة	جـ$_3$ = $1000\,(1.06)^4$
			1 سنة	1 سنة	1 سنة	جـ$_4$ = $1000\,(1.06)^3$
				1 سنة	1 سنة	جـ$_5$ = $1000\,(1.06)^2$
					1 سنة	جـ$_6$ = $1000\,(1.06)^1$

∴ جم = جـ$_1$ + جـ$_2$ + ... + جـ$_6$

$$\therefore \text{جم} = 1000\,(1.06)^6 + 1000\,(1.06)^5 + \ldots + 1000\,(1.06)$$

عامل مشترك $1000\,(1.06)$

$$1000\,(1.06)\,[1 + 1.06 + 1.06^2 + 1.06^3 + 1.06^4 + 1.06^5]$$

$$= 1000\,(1.06) \times \frac{1.06^{6} - 1}{1.06 - 1}$$

$$= 1000\,(1.06) \times \frac{1.06^{6} - 1}{0.06}$$

$$\therefore \text{جم} = \text{م}\,(1 + \text{ر}) \, \frac{(1+\text{ر})^{\text{ن}} - 1}{\text{ر}}$$

مثال (1): أوجد جملة دفعـات مبلـغ (6000) دينـاراً أودع في مصرـف بفائـدة مركبة بمعدل 5٪ لمدة (10) سنوات في بداية كل سنة؟

الحل:

$$\therefore \text{جم} = \text{م}\,(1 + \text{ر}) \, \frac{(1+\text{ر})^{\text{ن}} - 1}{\text{ر}}$$

$$\text{عدد الدفعات} = \frac{10}{1} = 10$$

$$\therefore \text{جم} = 600\,(1 + 0.06) \, \frac{(1.05)^{10} - 1}{0.05}$$

∴ جم = 7924 ديناراً جملة الدفعات المتساوية.

بند (19): القيمة الحالية للدفعات المتساوية

Present Value

تعرف القيمة الحالية للدفعات المتساوية بأنها مقدار ما تساويه هذه الدفعات في أول مدة الاستثمار أو أنها مجموع القيم الحالية للدفعات في أول الاستثمار وتخضع لقانونين هما:

1- قانون القيمة الحالية للدفعات الفورية.

2- قانون القيمة الحالية للدفعات العادية.

1. قانون القيمة الحالية للدفعات الفورية:

إذا رمزنا للقيمة الحالية بالرمز (ق) ولمبلغ الدفعة بالرمز (م) ولسعر الفائدة بالرمز (ع) وللزمن بـ (ن) فإن:

$$ق = م \times \frac{1-(1+ر)^{-ن}}{ر} \quad ....(1)$$

فإذا أردنا استخراج القيمة الحالية لدفعات متساوية مقدار كل منها (1000) دينار وعددها (6) على أساس الفائدة المركبة بمعدل 5٪ سنوياً.

الحل:

$$ق = م \times \frac{1-(1+ر)^{-ن}}{ر} \quad ....(1)$$

$$\therefore ق = م \times \frac{1-(1.05)^{-6}}{0.05} = 5075.6$$ ديناراً القيمة الحالية للدفعات

2. قانون القيمة الحالية للدفعات الفورية:

ويتم استخراج القيمة الحالية للدفعات الفورية على أساس الفائدة المركبة وفق القانون الآتي:

$$\text{ق} = \text{م} \times (1+\text{ر}) \frac{1-(1+\text{ر})^{-\text{ن}}}{\text{ر}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

مثال (1): أوجد القيمة الحالية لثمان دفعات متساوية مقدار كل منها (5000) دينار على أساس الفائدة المركبة بمعدل (5٪) تدفع في بداية كل سنة؟

الحل:

$$\therefore \text{ق} = \text{م} \times (1+\text{ر}) \frac{1-(1+\text{ر})^{-\text{ن}}}{\text{ر}}$$

$$\therefore \text{ق} = 500 \times (1.05) \frac{1-(1.05)^{-8}}{0.05}$$

ق = 3393 دينار.

تمارين على الفائدة المركبة

س1: أودع مبلغاً قدره (1800) دينار في مصرف ما بفائدة مركبة بمعدل 5٪ ولمدة (7) سنوات أو جملة المبلغ في نهاية المدة؟؟

س2: ما سعر الفائدة التي أودع به مبلغ (1500) دينار لفائدة مركبة بمعدل 6٪ لمدة (4) سنوات إذا علمت أن جملة المستحق هي (2000) دينار؟

س3: ما مجموع دفعات مبلغ (500) دينار يسدد بشكل دفعات متساوية بفائدة مركبة بمعدل 5٪ لمدة (6) سنوات، وفي نهاية كل سنة؟؟

س4: أوجد القيمة الحالية لتسع دفعات متساوية مقدار كل منها (2000) ديناراً على أساس الفائدة المركبة بمعدل 4٪؟؟

س5: اشترت إحدى المدارس من الشركة التجارية العراقية (50) مبردة سعر الواحدة (75) ديناراً فدفعت (950) ديناراً نقداً واعتبر الباقي قرضاً لمدة (3) سنوات بفائدة دورية بمعدل 4٪ تدفع في نهاية كل (4) أشهر، وبعد أن سددت المدرسة الفوائد الدورية الأربعة الأولى أجلت بقية الفوائد إلى تاريخ الاستحقاق بفائدة تأخير بمعدل 5٪ فما مجموع مدد تأخير الفوائد الدورية وما جملة المستحق على المدرسة؟

المراجع المعتمدة

1. متولي، حسن، الرياضيات في المال والتجارة (الإسكندرية) (1979).

2. زغلول يحيى سعد، رياضيات الاستثمار والتمويل (القاهرة) (2004).

3. Thomas L.Wade and Howard E. Taylor Fundamental Mathematics, Third Edition Mc Graw-Hill Book New York.
4. Liewelly B. Snyder & William F. Jackson “Essential Bussiness Mathematics, Mc Graw-Hill-Booj-Co.

5. سعيد، د.عبد السلام لفته، الرياضيات المالية للعمليات قصيرة الأجل، (بغداد)، جامعة بغداد – كلية الإدارة والاقتصاد (2005).

6. سعيد، د.عبد السلام لفته، الرياضيات المالية للعمليات طويلة الأجل، (بغداد) جامعة بغداد (2005).

7. صدقي، محمد صلاح الدين، مبادئ في نظريات الرياضة المالية، دار النهضة الوبيه (بيروت) (1973).

8. يوسف، يوسف سعيد وجورج حسين، الرياضيات المالية – مطبعة عصام بغداد (1976).

9. قانون التجارة العراقي رقم (119) لسنة (1970) دار الحرية للطباعة (بغداد).

10. المؤمني، غازي فلاح، مبادئ الرياضيات المالية، (عمان) (1992).